



*Anais do Congresso de Iniciação Científica Estágio e Docência do Campus Formosa
Prática pedagógica e a formação docente: teoria e realidade
ISSN 2594-9691
Universidade Estadual de Goiás
13 e 14 de novembro de 2017*

ARITMÉTICA: PROPOSTA DE INTERVENÇÃO COM METODOLOGIAS ATIVAS

*Marcele Barbosa Figueiredo¹
Sônia Bessa²*

Resumo

A inserção de jogos desafios e situações-problema tem se mostrado uma metodologia com bons resultados tanto para professor, quanto para a criança em formação. Esse relato trata de um estudo de natureza qualitativa na modalidade interventiva e descritiva e apresenta o percurso de uma intervenção educacional com jogos, desafios e situações-problema. O aporte teórico é a psicologia genética. Participaram 12 estudantes com idade entre 9 e 12 anos, de escola pública do município de Formosa-GO, todos do 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, totalizando 8 meninos e 4 meninas. Os estudantes selecionados por seus professores apresentavam dificuldades de aprendizagem em matemática. Foi feita uma avaliação diagnóstica utilizando o jogo "descubra o animal", adaptado de Piaget. Após o diagnóstico procedeu-se as intervenções educacionais, com duração de 11, horas. Estas ocorreram durante dois dias da semana em horário contrário às aulas. Durante as intervenções foi utilizado o método clínico. O diagnóstico e intervenções foram realizados por uma estudante bolsista de Iniciação Científica do PIBIC-UEG. Os resultados apresentados são parciais, esse relato apresenta 8 intervenções das 22 propostas. Para as intervenções foram selecionados jogos de regras abordando as operações aritméticas e situações-problemas. Todas as crianças participantes tiveram mais agilidade em lidar com os cálculos, desvincilharam-se de procedimentos empíricos, como a utilização de dedos e palitos, progredindo em direção ao cálculo mental. Os estudantes criaram formas próprias de resolver os problemas, criando procedimentos que diferem dos utilizados convencionalmente. A utilização dos jogos se mostrou eficaz para a construção dos conhecimentos pelos estudantes.

Palavras-chave: Ensino, Aritmética, Metodologias ativas, Jogos matemáticos.

Introdução

O ensino da matemática, em qualquer nível, representa um desafio para professores e estudantes. Para Molinari (2013), o ato da criança conseguir resolver cálculos utilizando o algoritmo em folhas de exercício não quer dizer automaticamente que ela

¹ Graduanda do 8º semestre do Curso de Pedagogia da Universidade Estadual de Goiás – Campus Formosa. Bolsista de Iniciação Científica - PIBIC-UEG de Agosto de 2016 a Julho 2017, membro do LIMA (Laboratório Interdisciplinar em Metodologia Ativas - <https://limafsa.wordpress.com/>). E-mail: marcelebarbosafigueiredo@gmail.com.

² Doutorado em Educação pela UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas. Professora efetiva da Universidade Estadual de Goiás – Campus Formosa, membro do LIMA (Laboratório Interdisciplinar em Metodologia Ativas - <https://limafsa.wordpress.com/>). E-mail: soniabessa@gmail.com.

aprendeu realmente a operação que realiza, já que muitas vezes isso se dá de forma mecânica. Para compreender o processo de forma completa o conhecimento do algoritmo deve ser combinado a outros procedimentos que possibilitem à criança construir o conceito do que está realizando, para somente assim conseguir resolver problemas de forma consciente.

Kamii (2002, 2005, 2015) chama a atenção para os procedimentos utilizados pelos estudantes na resolução dos problemas aritméticos e assinala que estes são bem diferentes daqueles provenientes de técnicas operatórias convencionais. Os jogos podem representar um importante recurso didático, nas aulas de Matemática, desde que seja trabalhado de forma contextualizada explorando o cotidiano das crianças e permita a ação dos estudantes. Para Piaget (1967, p.11), “[...] Todo o desenvolvimento da inteligência consiste em uma coordenação progressiva das ações [...]”. Para Bessa e Costa (2017) os jogos e desafios parecem ser caminhos para o progresso, porque privilegiam as ações do aluno, permitem a utilização de diferentes tipos de representações das ações, incentivam a autocorreção da ação em caso de fracasso e permitem a reflexão sobre as razões do fracasso ou do sucesso – processos que permitem a tomada de consciência.

Para Bessa (2013) as metodologias ativas podem fazer a diferença no ensino, quando devidamente estimulados por meio de métodos ativos a aprendizagem dessa disciplina torna-se atraente, significativa e produtiva. Nogueira (2013), com referência em Vergnaud apresenta quatro ideias ou fatores importantes nas questões didáticas no ensino da matemática: a atividade de quem aprende, a oferta de situações favoráveis ao aprendizado, a mediação do professor em relação ao estudante e acrescenta a utilização de formas linguísticas e simbólicas para comunicar e rerepresentar os conhecimentos que estão sendo construídos.

Vergnaud (2009, p.15) reconhece e atribui papel decisivo à atividade infantil sobre o processo educativo: "Os conhecimentos que o estudante adquire devem ser construídos por ele em relação direta com as operações que é capaz de fazer sobre a realidade”.

Kamii (2005) admite um dos benefícios da utilização dos jogos é a interação que os alunos possuem uns para com os outros, assim como o diálogo com o professor, sem ser algo esquematizado em folhas de exercícios. Outra questão abordada é a discussão e a fiscalização que as crianças tem com seus parceiros. Elas percebem o erro e imediatamente

alertam o colega acerca do mesmo, sendo reparado e nessa troca de informação o conhecimento se constrói.

Considerando a perspectiva das metodologias ativas conforme proposto por Piaget e seus colaboradores esse relato apresenta o percurso de uma intervenção educacional, cujo objetivo é descrever intervenção pedagógica com jogos, desafios e situações problemas, nos anos iniciais no ensino da aritmética, verificar a relação entre o uso de jogos matemáticos em um programa de intervenção e o desenvolvimento da aritmética.

Metodologia

Esse estudo é de natureza qualitativa na modalidade interventiva e descritiva com aporte teórico na psicologia genética. Participaram 12 estudantes com idade entre 9 e 12 anos de escola pública do município de Formosa-GO, 6 deles no 4º ano do ensino fundamental e 6 no 5º ano. Foram selecionados por estarem nos anos finais do fundamental I, cujas operações aritméticas são objetos de estudo. Quanto ao sexo são 4 meninos e duas meninas do 4º e 5º ano, respectivamente. Os estudantes foram selecionados porque apresentavam dificuldades de aprendizagem em matemática segundo seus professores.

Durante a intervenção foi utilizado o método clínico. Piaget (1981, p.176) descreve esse método como misto, porque utiliza a observação e a experimentação "[...] ele conserva, assim, todas as vantagens de uma conversação adaptada a cada estudante e destinada a permitir-lhe o máximo possível de tomada de consciência e de formulação de suas próprias atitudes mentais".

Antes de iniciar a intervenção educacional foi realizada uma avaliação diagnóstica utilizando o jogo "descubra o animal" adaptado de Piaget (1996), que consiste em apresentar ao estudante imagens de animais dispostos em 4 colunas, sem critério de ordem, deixando a criança livre para organizá-los como lhe convier. O professor dispõe do mesmo grupo de imagens que a criança, mas as mantém escondidas da criança, em seguida sorteia uma das figuras e esconde separada das demais. Solicita-se à criança que faça perguntas para descobrir qual é o animal que por ele foi escondido. O número de perguntas é limitado em 6 e devem ser elaboradas de maneira que se possa responder "sim" e não". Se a criança não tocar nas colunas, sugere-se a ela que "arrume as imagens como quiser, para ajudá-lo a fazer perguntas ainda melhores". Se não houver progressos, invertem-se os papéis.

Essa atividade foi utilizada por Piaget (1996) e ele a descreve como importante para fornecer numerosas indicações sobre as relações entre os predicados, os conceitos, os julgamentos e as inferências. É um jogo que trabalha em especial o processo de classificação. As respostas podem indicar os estágios do desenvolvimento, desde o estágio pré-operatório até o estágio operatório formal.

Observa-se a forma como a criança organiza as figuras, a qualidade das perguntas e a qualidade das respostas, critérios de exclusão, justificativa final das respostas e a troca de papéis. Piaget (1996) encontrou três níveis: o nível IA que por suas características corresponde ao estágio pré-operatório, com o predomínio de coleções figurais. A criança faz arranjos das figuras sem critério lógico de semelhanças e diferenças – o lugar é determinado pelo espaço livre na mesa. As perguntas são baseadas em objetos conceituais: elementos específicos que representam uma espécie - “é o gato?... o caranguejo?...” Não justificam a arrumação das figuras. Predomina respostas incorretas. Não apresentam justificativas lógicas, porque se fixam nos dados perceptivos dos objetos.

Nível IB - aparecem os arranjos das figuras com critérios classificatórios, mas ainda intuitivos, os critérios de classes são justapostos, organizam dicotomias, mas não esgotam possibilidades de organizar classes. As perguntas são baseadas em objetos conceituais, conceitos genéricos. Já aparecem, de forma tênue, as classes, mas ainda reúnem atributos comuns, sem inclusão hierárquica. Esse nível também pode ser caracterizado como pré-operatório, mas em transição para o operatório concreto.

Nível II - Predominam arranjos com critérios classificatórios explícitos (especialmente após a observação), se referem aos conceitos gerais estruturados, que reúnem caracteres comuns: “voar”, “ter quatro patas”. Maior frequência de respostas corretas – sim e não – que informam corretamente sobre o animal oculto. Predomínio de argumentos lógicos – negação ou exclusão. Esse nível corresponde ao período operatório concreto.

Nível III - Faz arranjos figurais com princípios e critérios classificatórios explícitos. As perguntas permitem eliminar um número maior de elementos. Consideram todas as possibilidades relativas aos atributos para elaborar as perguntas. Apresentam argumentos lógicos, observa-se o uso dos conectivos lógicos, especialmente os inferenciais: “se... então”. Corresponde ao período operatório formal.

Para o diagnóstico, as crianças foram atendidas individualmente, em espaço reservado, e em horário contrário ao das aulas. Participaram duas estudantes de pedagogia,

bolsistas de Iniciação Científica do PIBIC-UEG (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - Universidade Estadual de Goiás) e PIBIC - Cnpq. Para a posterior análise dos dados, foi feito registro em áudio e fotografia com a prévia autorização dos pais e da escola. Após o diagnóstico inicial procederam-se as intervenções educacionais. Foram 8 intervenções com duração de 1,5 horas, com dois encontros semanais em horário contrário às aulas dos estudantes. A tabela 1 apresenta os jogos, desafios e situações problemas utilizados nas intervenções.

Tabela 1 - Proposta de intervenção educacional

Atividades/Jogos/Desafios	Aprendizagem esperada
Jogo "Sempre 12"* - realizar somas e subtração com números que totalize 12 utilizando diferentes quantidades de cartas*.	Possibilita a realização de adições com unidades e dezenas simultaneamente, favorecendo a construção do valor posicional, a construção de rede numérica envolvendo números de 1 a 12 e as operações de adição, subtração, e multiplicação.
Jogo "Descubra"* - somar pontos utilizando números de 1 a 10.	Cálculo mental, correspondência termo a termo, adição e subtração, sequência numérica e números antecessores e sucessores.
Jogo "memória de 10", "desça 10", "pegue 10". Ser capaz de realizar somas que totalize 10 através de diferentes quantidades de cartas*.	Realizar adições e subtrações com unidades e dezenas simultaneamente por cálculo mental e considerar o valor posicional do número. O aluno deverá realizar adições cujo total seja 10 com diferentes quantidades de cartas.
Jogo "Marcando pontos" - Ser capaz de somar duas cartas com valores diferentes que totalizem 5*.	Realizar adições e subtrações com unidades trabalhando o cálculo mental.
Jogo "Salve" - Realizar as operações aritméticas de adição subtração multiplicação e divisão através de cálculo mental*.	Que num contexto de interação social os alunos sejam capazes de realizar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão por meio de cálculo mental.

* KAMII, C. **Crianças Pequenas continuam reinventando Aritmética**. ArtMed. 2005

Fonte: dados organizados pelas pesquisadoras.

Resultados e discussão

Antes de iniciar a intervenção educacional foi realizada uma avaliação diagnóstica utilizando o jogo "descubra o animal" adaptado de Piaget (1996). Na tabela 2, estão relacionados os níveis encontrados.

Tabela 2 - Resultados da sondagem inicial com o jogo “Descubra o Animal”

Estudantes	Ano escolar	Idade	Sexo	Níveis encontrados
G	4º	9	Masc.	IA
L	4º	12	Masc.	IA
N	4º	9	Masc.	IB
R	4º	9	Fem.	IB
S	4º	9	Fem.	II
V	4º	9	Masc.	IB
A	5º	10	Masc.	IB
AJ	5º	11	Fem.	IB
B	5º	10	Fem.	IB
GA	5º	10	Masc.	IA
H	5º	10	Masc.	II
T	5º	12	Masc.	II

Fonte: organizado pelas pesquisadoras

Do total de 12 estudantes três estão no nível II que corresponde ao estágio operatório concreto, nesse nível eles classificam fazendo arranjos das figuras. Predominam arranjos com critérios classificatórios explícitos (especialmente após a observação). Nas perguntas predominou o conceito genérico, mas alguns oscilaram entre objetos conceituais e conceitos mais genéricos. As respostas informam corretamente sobre o animal com respostas sim e não. Na justificativa sobre a escolha predominou argumentos lógicos. As questões elaboradas se assemelham com as da pesquisadora, e começa a fazer descartes explícitos. Os três estudantes que estavam no nível II tem idades diferentes "S" tem 9 anos e está no 4º ano. "H" tem 10 anos e está no 5º ano e "T" tem 12 anos e está também no 5º ano.

Três estudantes estão no nível mais elementar, ao organizar as figuras não utilizaram critérios de semelhanças e diferenças, o lugar reservado à figura é determinado pelo espaço livre na mesa. As perguntas basearam-se em objetos conceituais, "é aranha?" é "vaca?". As respostas em sua maioria estavam incorretas, desconsideravam os atributos que pertenciam ao animal oculto, ou indicavam outros atributos do animal diferentes da pergunta. Quando justificavam a resposta, esta não era lógica, porque se fixavam nos dados perceptivos dos objetos. Esses três estudantes tal qual os que estavam no nível II tem idade de 9, 10 e 12 anos respectivamente.

Metade dos estudantes (6) está no nível IB, que correspondem aqueles estudantes cujas respostas começaram a ter critérios classificatórios, os critérios são intuitivos, mas já são capazes de considerar os critérios de uma classe, mas de maneira justaposta; organizam dicotomias, mas não esgotam as possibilidades de organizar classes. Nas perguntas já aparece de forma tênue, um início de classe, reúnem atributos comuns, mas sem inclusão hierárquica. A justificativa final da escolha fixa-se nos dados perceptivos dos objetos. Dos 6 estudantes deste nível 3 são do 4º ano e 3 do 5º no. Os três do 4º ano tem a idade de 9 anos e os outros três tem 10 (2) e 11 (1) anos.

Nenhum dos estudantes chegou ao nível III, nenhum deles considerou uma classe mais extensa como a classe dos quadrúpedes ou dos mamíferos, por exemplo, nenhum deles apresentou argumentos lógicos na hora de apresentar a justificativa para o animal oculto.

Mediante os resultados do diagnóstico inicial, optou-se por jogos e desafios que explorassem a noção de adição, as classes e séries e a construção de redes numéricas. Um dos jogos utilizados foi o jogo "salve" que descreveremos a seguir.

Jogo "Salve"

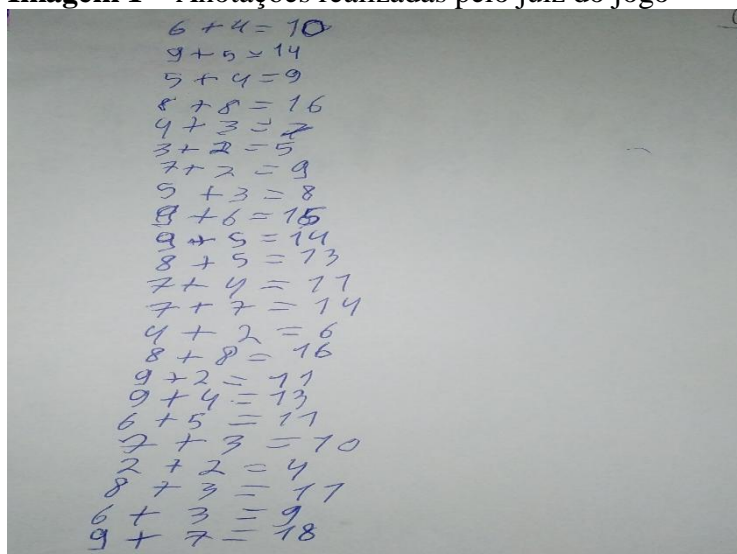
O jogo "salve" foi adaptado de Constance Kamii, e pode ser encontrado no livro Crianças Pequenas Reinventam a Aritmética, publicado em 2005. Possuindo 48 cartas enumeradas de 2 a 9 (seis cartas de cada número), tem como principal objetivo fazer com que os jogadores realizem operações aritméticas utilizando o cálculo mental.

Esse jogo envolve os conceitos de adição, subtração e até multiplicação e divisão. Nessa intervenção utilizou-se a adição e a subtração. O estudante quando joga precisa considerar simultaneamente o todo e as partes. Prever a partir do todo a "incógnita". É um jogo amplamente apreciado por crianças e até adultos. Numa situação em que um estudante pegue a carta 8 e o outro a carta 9, ou seja, total é $8 + 9 = 17$ o aluno que foi designado como juiz deverá somar o total de 17. O primeiro aluno tem a informação do total 17 ($\text{_____} + 8 = 17$) e está vendo o 8 do colega e deverá fazer o cálculo do seu número que não vê. Já para o segundo colega ele sabe o total e o que está vendo do colega e deverá calcular o seu número no caso ($9 + \text{_____} = 17$). Quem responder acertadamente primeiro leva as duas cartas para si. Não é uma operação simples, pois é uma equação e exige raciocínio lógico matemático do aluno. Ele precisa conservar o todo, perceber as partes,

relacionar essas partes por cálculo mental e chegar ao resultado final. É necessário as estruturas lógicas de classificação, seriação e conservação. E como verificamos no diagnóstico dos estudantes, somente 3 (Nível II) conseguem jogar com tranquilidade esse jogo.

Como o jogo prescinde o emprego das operações aritméticas de adição e subtração, os estudantes tinham necessidade de considerar o todo e as partes simultaneamente, para assim conseguir encontrar o valor. A maioria dos alunos envolvidos apresentava muita dificuldade em realizar cálculo mental, independente do ano escolar. Para facilitar, o juiz do jogo utilizou uma folha para além de anotar, realizar os cálculos, como apresentado na imagem 1. Verificou-se que a maioria dos estudantes utilizaram os dedos e marcas de contagem para fazer os cálculos. Poucos conseguiam contar a partir do número do colega, e vão contando com o auxílio dos dedos até chegar ao resultado. Por exemplo, se deu um cálculo $3 + 2$, um contava a partir do 2 até dar 5, e o outro a partir do 3, até chegarem ao resultado. Alguns dos alunos, quando não calculavam, começavam a falar números aleatoriamente, um, três, cinco ... até chegar ao resultado esperado. Os estudantes, aqueles que tinham mais dificuldade, transformavam os dois números em unidades e contavam de 1 em 1. Nesse jogo ficou visível a diferença entre os estudantes do nível IA, IB e II.

Imagem 1 – Anotações realizadas pelo juiz do jogo



Fonte: acervo das pesquisadoras

A necessidade de usar marcas de contagem ou os dedos é um procedimento empírico, pois conforme Bessa (2013), a rede numérica ainda não se formou. Pode-se

perceber que até mesmo quando tiravam números repetidos as crianças não associavam ao cálculo que elas já haviam realizado, tendo a necessidade de recomeçar contando tudo nos dedos novamente, mesmo se fossem números bem pequenos como $5 + 1$ ou $5 + 2$. Transformavam todos os números em unidades e faziam o cálculo, não conseguiam contar a "partir de". Para Kamii (2005) esse comportamento é típico da criança que não consegue perceber a parte o todo simultaneamente.

O aluno H (nível II) do 5º ano apresentou uma fala diferenciada de todos. Quando o juiz disse o resultado 13, ele percebeu que sua oponente tinha o número 6, então ele rapidamente deu o resultado 7. A pesquisadora argumentou *“como você chegou a esse resultado?”*, e ele deu a seguinte resposta *“se $6+6=12$, somando mais 1 dá 13”*, aí perguntou-se *“mas de onde veio esse 1 e esse outro 6?”* e a resposta que se seguiu foi *“ali tem 7, não tem? Então, eu sei que $6+6$ é 12, então eu tirei 1 daquele 7, e como o resultado era 12, eu peguei e somei com o 1, que ficou 13”*. Em outro momento, quando o resultado foi 11, ele disse que tinha 2, e seguiu argumentando *“se ela estava com 9, $9+4$ dá 13, menos 1 é 12”*, quando perguntado se havia outra forma, disse: *“sim, $9+1$ é 10, mais 1 dá 11, então 2”*. Em uma dada soma cujo resultado foi 16, ele disse que estava com 9, deu a justificativa da seguinte forma *“tirei 1 do 7 (que estava com o oponente), pra ficar 6, daí fez 10, pra juntar com o 6 que sobrou, e ficou 16”*. Ele percebia a rede numérica dos números, e que possuía pensamento reversível.

No decorrer do jogo pode-se perceber que os discentes conseguiram realizar os cálculos de forma mais rápida, e até mesmo perceber o erro dos outros, sabendo explicar o motivo. Outro quesito observado foi a questão de começarem a antecipar, antes mesmo de o juiz dizer o resultado, começaram a perceber quanto o colega tinha para começar a contar o mais rápido possível, o que não ocorria nas primeiras rodadas. Mediante o jogo pode-se perceber como os estudantes conseguiram associar as operações aritméticas de adição e subtração. Enquanto jogavam, realizavam contagens, comparações de quantidades, identificavam Algarismos, adicionavam pontos que fez durante o jogo e percebiam intervalos numéricos.

Considerações finais

Sem concluir a intervenção já foi possível verificar que ocorreu uma mudança de comportamento das crianças quanto aos conteúdos escolares: demonstra interesse,

autoconfiança, a participação dos mesmos ocorre de forma significativa, conseguem resolver as operações por cálculo mental. Estabelecem relação numérica entre unidades e dezenas. São capazes de inferir a subtração a partir da adição e começaram a construir as noções aditivas, praticamente ausentes no início das intervenções.

É possível com uma metodologia ativa mais voltada para a ação sobre o objeto do conhecimento, obter melhores resultados e assim evitar o fracasso de muitos estudantes com dificuldades de aprendizagem em matemática, que na maioria das vezes são reféns de métodos de ensino mecânico com base na memória. Concluímos que os jogos podem facilitar o ensino e a aprendizagem dos estudantes produzindo, conhecimento e desenvolvimento nos conteúdos e contribuindo para a interação social, assim como na autonomia intelectual. Os estudantes criaram formas próprias de resolver os problemas, criando procedimentos que diferem em sua grande maioria, dos utilizados convencionalmente, os quais, muitas vezes, eles não compreendem.

A cooperação substituiu a competição em situações desafiadoras. A utilização dos jogos e desafios se mostrou eficiente na colaboração para a construção dos conhecimentos pelos estudantes, o que corrobora a proposição de Piaget (2013, p.64) ao afirmar que "[...] pensar é classificar, ou ordenar, ou correlacionar; é reunir ou dissociar, [...] mas todas essas operações, são necessárias executá-las materialmente em ações para em seguida ser capaz de construí-las em pensamento". Dessa forma, o professor é o responsável por instigar de diversas maneiras seus estudantes a construir o conhecimento.

Referências

BESSA, Sônia. Aritmética no Ensino Fundamental: Adição. In: MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto. (org.). **PROEPRE: Fundamentos Teóricos II** - 2 ed. São Paulo: Book Editora, p. 153-163, 2013.

BESSA, Sônia; COSTA, Váldina Gonçalves. Operação de multiplicação: possibilidades de intervenção com jogos. Brasília: **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos** (on-line), v. 98, n. 248, jan./abr. p. 130-147, 2017. Disponível em <<http://dx.doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.98i248.2576>> Acesso em 30 abr 2017.

KAMII, Constance. **Crianças pequenas reinventam a aritmética**. Porto Alegre: ArtMED, 2002.

KAMII, Constance. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética**. 2 ed. Porto Alegre: ArtMed, 2005.

KAMII, Constance. Frações: encorajando estudantes do 1º ano do EF a inventá-las. In: MOLINARI, Adriana (org.). **Novos caminhos para ensinar e aprender matemática**. São Paulo: Book Editora, 2015.

MOLINARI, Adriana. **Representação e solução de problemas aritméticos de divisão: um estudo dos procedimentos de alunos do Ensino Fundamental I** - Tese (doutorado em educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

MOLINARI, Adriana. Multiplicação e divisão além da tabuada. In: MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto (org.). **Proepr fundamentos teóricos para o ensino fundamental**. São Paulo: Book Editora, 2013.

NOGUEIRA, C. A Formação de Professores que Ensinam Matemática e os Conteúdos Escolares; **Revista Schème** v. 5, ed. Especial, set./2013 p. 284-312, 2013. Disponível em: <<http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/scheme/article/view/3230>> Acesso em 02 maio 2016.

PIAGET, Jean. **O raciocínio da criança**. Tradução de Valerie Rumjanek Chaves. Rio de Janeiro: Record Cultural, 1967.

PIAGET, Jean. **A Gênese do número na criança**. 3 ed.: Zahar Editores, 1981.

PIAGET, Jean. **As formas elementares da dialética**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1996.

PIAGET, Jean. O tempo e o desenvolvimento intelectual da criança. In: MANTOVANI DE ASSIS, Orly Zucatto (org.). **Proepr fundamentos teóricos para o ensino fundamental**. São Paulo: Book Editora, 2013.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E.P. (Org.). **Por que ainda há quem não aprende?: a teoria**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.