

Estudo e geração de estados não clássicos de Cooper pair box acoplado a um ressonador nanomecânico.

Gabriela Rodrigues Vaz¹ (IC) *, Clodoaldo Valverde¹(PQ). gvazfisica@gmail.com

¹Universidade Estadual de Goiás – Campus Anápolis de Ciência Exatas e Tecnológicas, Henrique Santillo/Curso de Licenciatura em Física - CCET

O processamento da informação quântica em sistemas híbridos ganhou grande interesse nos últimos anos. Eles proporcionam vantagens compatíveis com subsistemas individuais e fornecem potencial oportunidade para superar os obstáculos em engenharia quântica. Um dos primeiros exemplos de grande importância, bastante explorado em óptica quântica, é o sistema Cooper Pair Box (CPB) acoplado com um ressonador nanomecânico (NR), constituindo importante sistema híbrido. Nós trabalhamos com o modelo de Buck-Suckumar para descrever a interação entre um CPB e um NR na presença de um meio Kerr e perdas. Consideramos inicialmente o sistema CPB e NR não acoplados num instante inicial ($t = 0$), deduzindo assim as equações que descrevem o comportamento do sistema no estado fundamental e no estado excitado. Analisando a evolução da entropia de ambos subsistemas e a inversão de população, ambos foram calculados numericamente observando o comportamento quando adicionamos perdas, tais resultados aproximando dos dados experimentais. Os resultados obtidos foram apresentados graficamente.

Palavras-chave: Entropia. Inversão. Perdas.

Introdução

O processamento da informação quântica em sistemas híbridos ganhou grande interesse nos últimos anos (HE et al., 2014; XIANG et al., 2013). Os sistemas híbridos combinam com grande vantagem átomos, spins e dispositivos de estado sólido com várias aplicações em informação e computação quânticas (BULUTA; ASHHAB; NORI, 2011; GUO et al., 2015; MORTON; LOVETT, 2011). Um dos primeiros exemplos de grande importância, bastante explorado em óptica quântica, é o sistema Cooper Pair Box (acoplado com um ressonador nanomecânico (NR), constituindo importante sistema híbrido. O CPB acoplado a um NR substitui o sistema átomo-campo, o que nos permite estender o estudo e geração de estados não clássicos do campo de luz para o domínio de micro-ondas (~ 1 GHz), tendo enorme potencial de aplicação em nanocircuitos. Ele tem sido explorado em vários trabalhos, por exemplo: photon blockade; referente a violação da desigualdade de Bell; em física quântica e óptica quântica; em mecanismos de geração de fótons a partir do vácuo quântico. (HE et al.,

2014; VALVERDE; CASTRO; BASEIA, 2016)

No sistema CPB-NR estas variações afetam as propriedades dinâmicas desses sistemas, como por exemplo alterando as taxas de transição das excitações de subsistemas. Também, é possível determinar sua influência sobre a taxa de acoplamento em sistemas ópticos mecânicos através da técnica óptica de detecção de massa.

Neste trabalho, empregamos o modelo de Buck-Sukumar de intensidade dependente para tratar um sistema híbrido acoplado CPB-NR na presença de perdas. Investigamos também a evolução da inversão de população e propriedades estatísticas dos subsistemas; consideramos ainda a influência causada por uma força externa acoplada ao NR sobre propriedades de ambos subsistemas.

Material e Métodos

O acoplamento CPB-NR é mostrado na Figura 1. Neste sistema temos um supercondutor CPB de carga qubit ajustado por uma tensão elétrica V_1 na entrada do sistema, através de um capacitor tendo capacitância C_1 . Na configuração da Figura 1, observamos três loops, um pequeno à esquerda, outro à direita e um grande no centro. O sistema é controlado pelos parâmetros externos, tensão de entrada V_1 e fluxos externos $\Phi(L)$, $\Phi(r)$ e $\Phi(t)$. Pelo controle dos parâmetros induzimos pequenos loops nos lados esquerdo, direito e no centro. No loop maior temos o NR que oscila e a área efetiva no centro do aparato sofre mudanças que criam um fluxo externo $\Phi(t)$ o qual estabelece no sistema inteiro um acoplamento entre suas duas partes, o CPB e o NR.

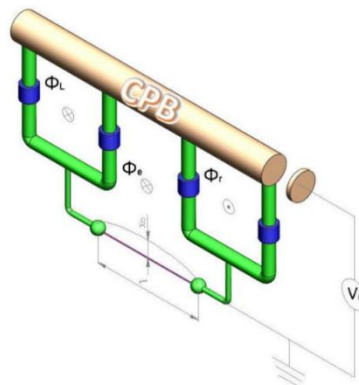


Figure 1 Esquema de Um Cooper Pair Box acoplado a um Ressonador Nanomecânico

Aqui consideraremos $\hbar = 1$ e assumimos que as quatro junções Josephson do sistema possuem a mesma energia Josephson E_J^0 tendo os fluxos externos $\phi(L)$ e

$\phi(r)$ a mesma magnitude e sinais opostos, ou seja, $\phi(I) = -\phi(r) = \phi(x)$. Assim, podemos escrever a hamiltoniana do total do sistema como:

$$H = \omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + 4E_c(N_1 - 1/2)\hat{\sigma}_z - 4E_c \cos\left(\frac{\pi\Phi_x}{\Phi_0}\right) \cos\left(\frac{\pi\Phi_t}{\Phi_0}\right) \hat{\sigma}_x, \quad (1)$$

onde $\hat{a}^\dagger(\hat{a})$ são os operadores de criação (aniquilação) do NR de frequência ω ; E_J^0 e E_c , são respectivamente as energia de cada junção de Josephson e a energia de carga de um único-elétron $E_c = \frac{e^2}{c_1 + 4C_J^0}$. As capacitâncias c_1 e C_J^0 , são as capacitâncias de entrada e de cada túnel de Josephson; $\Phi_0 = h/2e$ é o fluxo quântico e $N_1 = C_1 V_1/2e$ é o número de carga na entrada.

Usamos as matrizes de Pauli para descrever os operadores de ação no sistema de dois níveis,

$$\hat{\sigma}_z = |g\rangle\langle g| - |e\rangle\langle e|, \quad (2)$$

$$\hat{\sigma}_x = |g\rangle\langle e| - |e\rangle\langle g|, \quad (3)$$

onde os estados $|g\rangle$ e $|e\rangle$ descrevem o número extra de pares de Cooper na ilha supercondutora para o estado fundamental e excitado.

O fluxo magnético no loop central pode ser escrito como a soma de dois termos, $\Phi_t = \Phi_b + BLx$, onde o primeiro termo Φ_b é o fluxo induzido correspondente à posição de equilíbrio do NR e o segundo termo descreve a contribuição devido a vibração do NR, sendo $\vec{B}$ o campo magnético criado no loop. Nós assumimos que o deslocamento x pode ser escrito da seguinte forma $x = x_0(\hat{a}^\dagger + \hat{a})$, onde $x_0 = \sqrt{\frac{1}{2}m\omega}$, é amplitude do movimento. No caso de $\frac{\pi BLx}{\Phi_0}$ pequeno e usando aproximação de onda girante temos,

$$\hat{H} = \omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \omega_c \hat{\sigma}_z + \lambda_0 (\hat{\sigma}_+ \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_-), \quad (4)$$

onde $\lambda_0 = -4E_J^0 \cos\left(\frac{\pi\Phi_x}{\Phi_0}\right) \left(\frac{\pi BLx_0}{\Phi_0}\right)$ é a constante de acoplamento e $\omega_c = 8E_c(N_g - 1/2)$ é a energia efetiva de separação. Em seguida, vamos considerar um cenário mais geral, substituindo $\omega = \omega(t) = \omega_0 + f(t)$ e $\lambda_0 = \lambda(t) = \lambda_0(1 + f(t)/\omega_0)^{1/2}$, onde ω_0 é a frequência natural do NR e $f(t)$ é um agente externo acoplado ao NR. É neste novo contexto acrescentaremos perdas no sistema.

$$\hat{H} = \omega(t) \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \omega_c(t) \hat{\sigma}_z + \lambda(t) \left(\hat{a} \sqrt{\hat{a}^\dagger \hat{a}} \hat{\sigma}_+ + \sqrt{\hat{a}^\dagger \hat{a}} \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_- \right) - i\gamma(t) |e\rangle\langle e| - i\delta(t) \hat{a}^\dagger \hat{a}, \quad (5)$$

onde a frequência $\omega(t)$ varia com o tempo; $\hat{\sigma}_{\pm}$ e $\hat{\sigma}_z$ são operadores de transição das excitações (número de pares de cooper) do CPB; γ e δ , são as constantes de decaimento CPB e da perda do NR, respectivamente.

A função de onda que descreve um sistema arbitrário em função do tempo $|\psi(t)\rangle$ pode ser escrita na forma,

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} [C_{g,n}(t)|g,n\rangle + C_{e,n}(t)|e,n\rangle], \quad (6)$$

onde $|g,n\rangle, (|e,n\rangle)$ representa o CPB em seu estado excitado $|e\rangle$ (estado fundamental $|g\rangle$) com n pares de Cooper. Ao longo do estudo assumiremos que o CPB se encontra inicialmente preparado no estado excitado $|e\rangle$ e o NR é suposto estar em uma superposição de estados coerentes $|\psi\rangle = \eta[|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle]$, onde $\eta = [2 + 2\exp(-2\alpha^2)]^{-1/2}$ é o fator de normalização. Assumiremos o estado do CPB inicialmente normalizado, $\sum_{n=0}^{\infty} |C_{e,n}(0)|^2 = 1$. mais a condição inicial $C_{g,n}(0) = 0$. Como é usual, vamos supor que o NR e o CPB estão desacoplados no instante inicial ($t = 0$).

A evolução da função de onda descrita pela Eq. (6) em função do tempo é obtida via a equação de Schroedinger, com $\hbar = 1$,

$$\frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = -i\hat{H}|\psi(t)\rangle. \quad (7)$$

Substituindo as Eqs. (5) e (6), na Eq. (7) obtemos as seguintes equações,

$$\frac{d}{dt} C_{e,n}(t) = \left(-in\omega(t) - i\frac{\omega_c(t)}{2} - \gamma(t) - n\delta(t) \right) C_{e,n}(t), \quad (8)$$

$$-i\lambda(t)(n+1)C_{g,n+1}(t),$$

$$\frac{d}{dt} C_{g,n}(t) = \left(-i(n+1)\omega(t) + i\frac{\omega_c(t)}{2} - (n+1)\delta(t) \right) C_{g,n+1}(t) \quad (9)$$

$$-i\lambda(t)(n+1)C_{e,n}(t).$$

Resolvendo esse sistema de equações diferenciais pelo o método numérico Runge-Kutta de 4ª ordem, obtemos os coeficientes $C_{e,n}(t)$ e $C_{g,n+1}(t)$. Isso nos permite determinar propriedades dinâmicas do sistema, por exemplo as relacionadas com a inversão de população do CPB bem como com as entropias do CPB e NR.

Evolução da inversão de população e a entropia do sistema

A inversão de população $I(t)$ em nesse modelo é dada pela expressão,

$$I(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[|c_{e,n}(t)|^2 - |c_{g,n+1}(t)|^2 \right]. \quad (10)$$

A inversão de população descreve a transição da população entre os níveis fundamental e excitado do CPB

Resultados e Discussão

- Entropia: (a) caso ressonante

Inicialmente analisaremos a entropia do sistema na ausência de perdas para a superposição de estados coerentes, para o caso $|\alpha| = 3$. A Figura 2 apresenta variações que se repetem no período $T \approx 1.58\lambda t$ enquanto a entropia apresenta o valor máximo 0.7.

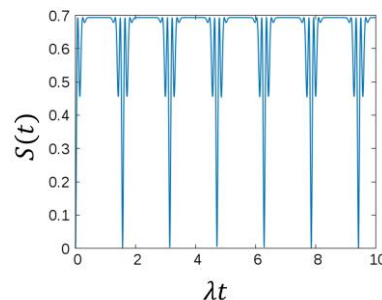


Figure 2 Entropia para a superposição de estados coerentes, $|\alpha|=3.0$, $\omega_0 = 2000$, $\omega = 2000$.

A Figura **Erro! Fonte de referência não encontrada.**3 mostra a entropia em função do tempo adimensional $\lambda(t)$: na primeira coluna, indo das figuras a) para c) variamos γ e fixando $\delta = 0.0$; na segunda coluna fixamos $\gamma = 0.0$ e variamos δ . A evolução temporal da entropia foi observada na presença de perdas afetando apenas o CPB enquanto nas figuras d) para f) a entropia evolui com as perdas afetando apenas o NR. Comparando as figuras a) com d), b) com e) e c) com f) notamos que quando a perda é incluída no NR, ela tem influência muito maior na entropia do que a influência causada pelas perdas no CPB. Os efeitos de incoerência são maiores no NR devido ao fato de ele ser mais excitado que o CPB. Assim, o valor máximo da entropia aumenta com as perdas, sejam elas incluídas no NR ou no CPB (veja Figura 3 e Figura 2), tal como se espera de uma propriedade que mede desordem na presença de um efeito deletério.

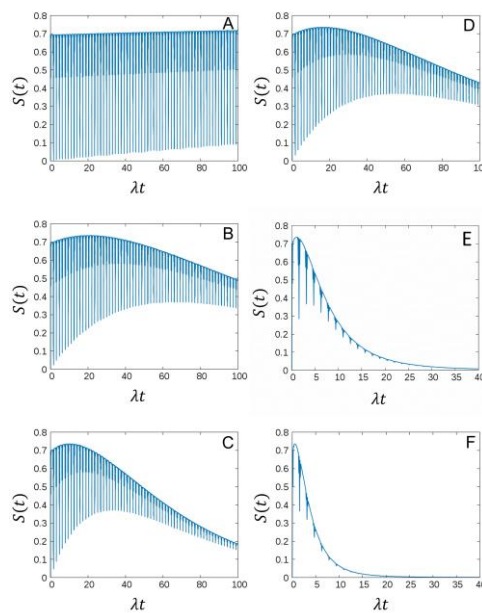


Figure 3 A entropia para a superposição de estados coerentes, para $|\alpha|=3.0$, $\omega_0 = \omega = 2000$; a) $\gamma = 0.001\lambda t$ e $\delta = 0.0$; b) $\gamma = 0.015\lambda t$ e $\delta = 0.0$; c) $\gamma = 0.030\lambda t$ e $\delta = 0.0$; d) $\delta = 0.001\lambda t$ e $\gamma = 0.0$; e) $\delta = 0.015\lambda t$ e $\gamma = 0.0$; f) $\delta = 0.030\lambda t$ e $\gamma = 0.0$.

Enquanto o NR perde coerência a entropia do sistema tende a zero rapidamente (veja Figura 3f).

- **Entropia do sistema: (b) caso não ressonante**

Aqui os subsistemas são supostos fora de ressonância, com detuning constante $f(t) = \eta$. A entropia no caso sem perdas é menor do que na presença delas e a periodicidade desaparece quando o detuning aumenta. O detuning afeta a entropia do sistema diminuindo seu valor máximo, mesmo na ausência de perdas. O mesmo efeito ocorre quando o sistema apresenta perdas (Figura 4). A amplitude da entropia diminui sempre que o detuning é grande, ou seja, para $\eta \gg 1$.

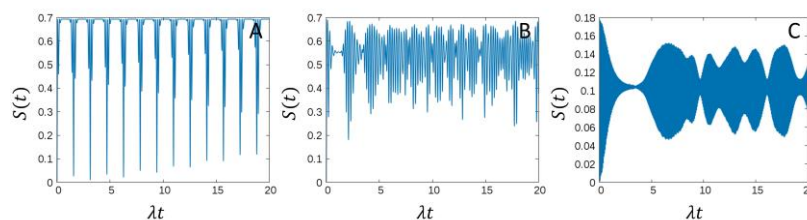


Figure 4 Entropia para a superposição de estados coerentes, com $|\alpha|=3.0$, $\omega_0 = \omega = 2000$; a) Para $\gamma=0.0, \delta=0.0$ and $\eta = \lambda t$; b) Para $\gamma=\delta=0.0$ and $\eta = 20\lambda t$; c) Para $\gamma=\delta=0.0$, and $\eta=100\lambda t$.

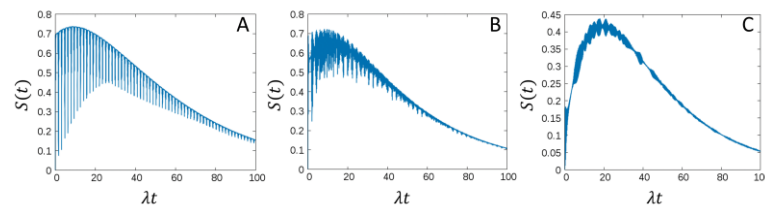


Figure 5 Entropia para a superposição de estados coerentes, com $|\alpha|=3.0$, $\omega_0 = \omega = 2000$; a) Para $\gamma=0.015\lambda t, \delta=0.001\lambda t$ e $\eta=\lambda t$; b) Para $\gamma=0.015\lambda t, \delta=0.001\lambda t$ e $\eta=20\lambda t$; c) Para $\gamma=0.015\lambda t, \delta=0.001\lambda t$ e $\eta=100\lambda t$.

A entropia do sistema na presença de perdas com detuning variável ($f(t) = \eta \cos(\omega' t)$), tem efeito contrário ao que ocorre no caso $f(t) = \eta = \text{constant}$. O detuning variável não provoca uma diminuição na entropia máxima do sistema, conforme é mostrado na Figura 6 **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

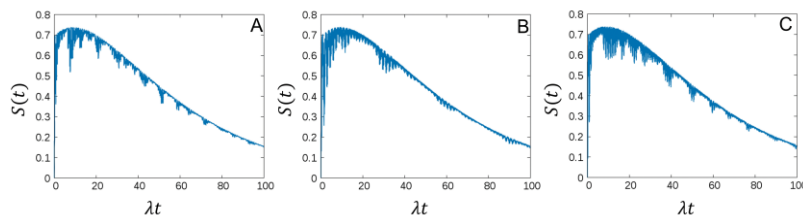


Figure 6 Entropia para a superposição de estados coerentes, com $|\alpha|=3.0$, $\omega_0 = 2000$, $\omega = 2000$; a) Para $\gamma = 0.015 \lambda t$, $\delta = 0.001 \lambda t$, $\eta = 100 \lambda t$ e $\omega' = 10 \lambda t$; b) Para $\gamma = 0.015 \lambda t$, $\delta = 0.001 \lambda t$, $\eta = 100 \lambda t$ e $\omega' = 20 \lambda t$; c) Para $\gamma = 0.015 \lambda t$, $\delta = 0.001 \lambda t$, $\eta = 100 \lambda t$ e $\omega' = 50 \lambda t$.

- Inversão: (a) caso ressonante

A inversão de população do sistema na ausência de perdas para a superposição de estados coerentes, para o caso $|\alpha| = 3$. A Figura 7 **Erro! Fonte de referência não encontrada.** mostra que a inversão de população não apresenta colapso e revivamento.

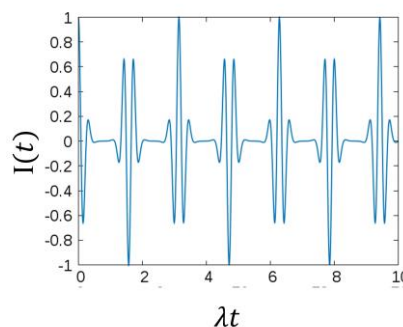


Figure 7 Inversão de População para a superposição de estados coerentes, $|\alpha|=3.0$, $\omega_0 = 2000$, $\omega = 2000$

A Figura 8 mostra a inversão de população em função do tempo adimensional (λt): na primeira coluna, indo das figuras a) para c) variamos γ e fixando $\delta = 0.0$; na segunda coluna fixamos $\gamma = 0.0$ e variamos δ . Comparando as figuras a) com d), b) com e) e c) com f) notamos que a perda no NR provoca uma maior influência na inversão de

população do que no CPB. Como o NR é mais excitado que o CPB os efeitos deletérios das perdas são maiores no NR.

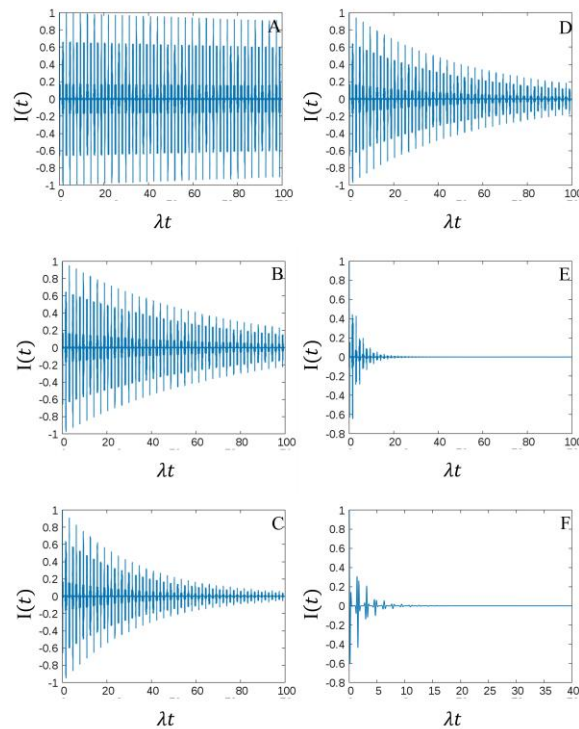


Figure 8 A Inversão de população para a superposição de estados coerentes, para $|\alpha|=3.0$, $\omega_0 = \omega = 2000$; a) $\gamma = 0.001\lambda t$ e $\delta = 0.0$; b) $\gamma = 0.015\lambda t$ e $\delta = 0.0$; c) $\gamma = 0.030\lambda t$ e $\delta = 0.0$; d) $\delta = 0.001\lambda t$ e $\gamma = 0.0$; e) $\delta = 0.015\lambda t$ e $\gamma = 0.0$; f) $\delta = 0.030\lambda t$ e $\gamma = 0.0$.

- Inversão de População para o sistema: (b) caso não ressonante**

Aqui os subsistemas são supostos fora de ressonância, com detuning constante $f(t) = \eta$. A inversão de população no caso sem perdas é maior do que na presença delas e a periodicidade desaparece quando o detuning aumenta (Figura 9). O detuning afeta a inversão de população do sistema diminuindo seu valor máximo. O mesmo efeito ocorre quando o sistema apresenta perdas. A inversão de população do sistema não ocorre quando o detuning é grande, ou seja, para $\eta \gg 1$.

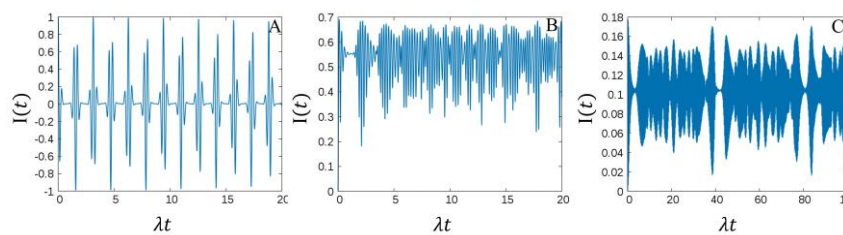


Figure 9 Inversão de população para a superposição de estados coerentes, com $|\alpha|=3.0$, $\omega_0 = \omega = 2000$; a) Para $\gamma=0.0, \delta=0.0$ and $\eta = \lambda t$; b) Para $\gamma=\delta=0.0$ and $\eta = 20\lambda t$; c) Para $\gamma=\delta=0.0$, and $\eta = 100\lambda t$.

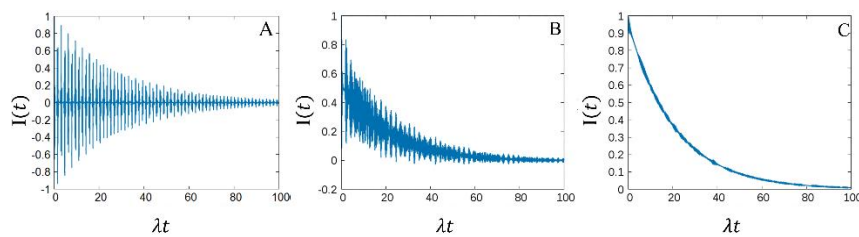


Figure 10 Entropia para a superposição de estados coerentes, com $|\alpha|=3.0$, $\omega_0 = \omega = 2000$; a) Para $\gamma=0.015\lambda t, \delta=0.001\lambda t$ e $\eta=\lambda t$; b) Para $\gamma=0.015\lambda t, \delta=0.001\lambda t$ e $\eta=20\lambda t$; c) Para $\gamma=0.015\lambda t, \delta=0.001\lambda t$ e $\eta=100\lambda t$.

A Inversão de população do sistema na presença de perdas com detuning variável ($f(t) = \eta \cos(\omega' t)$), tem efeito contrário ao que ocorre no caso $f(t) = \eta = \text{constant}$. O detuning variável não provoca uma extinção da inversão de população, ou seja, o sistema continua invertendo a população mas amplitude máxima diminui com o tempo, conforme é mostrado na Figura 11.

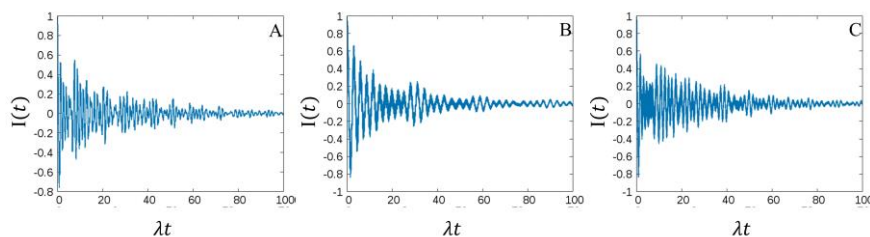


Figure 11 Entropia para a superposição de estados coerentes, com $|\alpha|=3.0$, $\omega_0 = 2000$, $\omega = 2000$; a) Para $\gamma = 0.015\lambda t$, $\delta = 0.001\lambda t$, $\eta = 100\lambda t$ e $\omega' = 10\lambda t$; b) $\gamma = 0.015\lambda t$, $\delta = 0.001\lambda t$, $\eta = 100\lambda t$ e $\omega' = 20\lambda t$; c) Para $\gamma = 0.015\lambda t$, $\delta = 0.001\lambda t$, $\eta = 100\lambda t$ e $\omega' = 50\lambda t$

Considerações Finais

Neste trabalho estudamos as propriedades dinâmicas (entropia e inversão de excitação) de um sistema híbrido composto por um CPB e um NR. Consideramos o CPB inicialmente excitado e a NR em uma superposição de estados coerentes. Também assumimos que o sistema CPB-NR é descrito por uma interação dependente da intensidade introduzida pelo modelo Buck–Sukumar através de uma única transição de excitação. Em relação à entropia, que está relacionada com o emaranhamento (mistura) de estados, estudamos sua evolução temporal na presença de perda em ambos os subsistemas, para o caso ressonante e não ressonante.

Agradecimentos

Os autores agradecem a UEG pelo auxílio financeiro e estrutural fornecido para a realização deste projeto de pesquisa.

Referências

BULUTA, I.; ASHHAB, S.; NORI, F. Natural and artificial atoms for quantum computation. **Reports on Progress in Physics**, v. 74, n. 10, p. 104401, 1 out. 2011.

GUO, Q. et al. Universal quantum computation using all-optical hybrid encoding. **Chinese Physics B**, v. 24, n. 4, p. 40303, 2015.

HE, X.-L. et al. Controllable coupling between a charge qubit and a spin ensemble. **Physical Review A**, v. 89, n. 6, p. 62306, 4 jun. 2014.

MORTON, J. J. L.; LOVETT, B. W. Hybrid Solid-State Qubits: The Powerful Role of Electron Spins. **Annual Review of Condensed Matter Physics**, v. 2, n. 1, p. 189–212, mar. 2011.

VALVERDE, C.; CASTRO, A. N.; BASEIA, B. Using a hybrid system (Cooper pair box plus nanomechanical resonator) in the presence of Kerr nonlinearities and losses to control the entropy of the subsystems. **Optics Communications**, v. 366, p. 301–307, maio 2016.

XIANG, Z.-L. et al. Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems. **Reviews of Modern Physics**, v. 85, n. 2, p. 623–653, 9 abr. 2013.