UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS
CÂMPUS IPORÁ
IV CONGRESSO DE EDUCAÇÃO, V SEMINÁRIO DE ESTÁGIO E II ENCONTRO DO PIBID
"NOVOS PARADIGMAS DE ENSINO: ADAPTAÇÕES CURRICULARES E O DIREITO AO SABER"
ISSN: 2238-8451

O ESTUDO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA POR MEIO DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

BATISTA, Pedro Henrique Cassimiro de Paula[1], OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva[2]

Universidade Estadual de Goiás
Câmpus Iporá
[1]phcpb@outlook.com; [2]clau.moreira@hotmail.com;

RESUMO

Este projeto intitulado o estudo do gráfico da função quadrática por meio da Investigação Matemática com o software Geogebra foi desenvolvido durante o ano de 2014, como atividade do Estágio Supervisionado do quarto ano do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás, Câmpus Iporá. Se propôs a analisar como desenvolver o estudo da parábola da Função Quadrática por meio da Investigação Matemática com o software Geogebra, numa perspectiva em que os alunos por meio da análise das suas construções cheguem as suas próprias conclusões e formalizem e generalizem os conceitos e com o auxilio do professor mediador. A problemática foi analisar se Investigação Matemática com o software Geogebra pode contribuir para que os alunos compreendam os processos e variáveis envolvidas na construção da parábola. Trata-se de uma pesquisa campo, qualitativa de cunho interpretativo e a coleta de dados se deu por meio dos relatórios dos alunos, analise de trabalhos desenvolvidos em sala e pelas construções no Geogebra. A Investigação Matemática como software teve finalidade fundamental no desenvolvimento da atividade por possibilitar a interação entre o aluno e o objeto de forma dinâmica facilitando a compreensão e a formalização dos conceitos relacionados a Função Quadrática.

Palavras chave: Software Geogebra. Investigação Matemática. Ensino-aprendizagem de matemática.

ISSN: 2238-8451

INTRODUÇÃO

Este projeto se desenvolveu durante o ano de 2014, como atividade do Estágio Supervisionado do quarto ano do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás, Câmpus Iporá. O objetivo foi a analisar como desenvolver o estudo da parábola da Função Quadrática por meio da Investigação Matemática com o software Geogebra, numa perspectiva em que os alunos por meio da análise das suas construções cheguem as suas próprias conclusões e formalizem e generalizem os conceitos e com o auxilio do professor mediador. A problemática foi analisar se Investigação Matemática com o software Geogebra pode contribuir para que os alunos compreendam os processos e variáveis envolvidas na construção da parábola.

Pela análise dos resultados percebe-se que a Investigação Matemática como software teve finalidade fundamental no desenvolvimento da atividade por possibilitar a interação entre o aluno e o objeto de forma dinâmica facilitando a compreensão e a formalização dos conceitos relacionados a Função Quadrática.

REVISÃO DE LITERATURA

A investigação Matemática a que se refere este trabalho se trata de um tipo de metodologia de ensino pela qual o aluno participa, dá sugestões e ideias em relação ao conteúdo, testa conjecturas, faz descobertas e formaliza conceitos. Esta metodologia de ensino e aprendizagem é defendida por vários pesquisadores como Vaz (2012), Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), Ponte (2005), por representar uma possibilidade de favorecer a aprendizagem do aluno em relação a muitos conteúdos matemáticos que se ensinados de forma tradicional, com aulas expositivas e resolução de exercícios podem se tornar sem vazios e sem significados. Neste trabalho tomaremos como base a proposta de Investigação Matemática de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013).

A metodologia de Investigação Matemática: O professor mediador e as fases da investigação

ISSN: 2238-8451

Quando o professor se propõe a trabalhar a Investigação Matemática em sala de aula é preciso que tenha claro que o seu papel não será mais o de transmissor de conhecimentos. Na investigação o professor passa a cumprir o papel de mediador que busca orientar o aluno na medida em que ele investigue esclarecendo alguns problemas, questionando, instigando:

> [...]a compreensão dos alunos acerca da atividade que se irá realizar, o professor passa a desempenhar um papel mais de retaguarda. Cabe-lhe então procurar compreender como o trabalho dos alunos se vai processando e prestar o apoio que for sendo necessário. (PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA, 2003).

Como a metodologia se baseia no fazer do aluno, o papel do professor e o mediador que instiga a curiosidade, provoca reflexões, estimula o debate e as experimentações em um processo em que quem aprende possa chegar a formalização de conceitos matemáticos passando pelas fases do levantamento de conjecturas, experimentação, refinamento das conjecturas, formalização e generalização dos conceitos matemáticos. "Numa aula com investigações o professor deve, sem dúvida, privilegiar uma postura interrogativa." (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p.52). Ou seja, o professor precisa direcionar o aluno para ser ativo em sala, que dê suas opiniões e dialogue, exponha suas e assim faça descobertas que possam contribuir na sua aprendizagem.

As etapas de uma Investigação Matemática

Uma atividade de Investigação Matemática segundo Ponte; Brocardo e Oliveira é dividida em quatro etapas que são a introdução do assunto, a investigação e discussão dos resultados. Estas etapas são descritas a seguir.

ISSN: 2238-8451

A primeira fase é chamada de arranque da aula. Esta é a fase de introdução do assunto na metodologia de Investigação Matemática que é um momento importante, pois é desta etapa que partem todas as demais. Propõe-se que se faça uma breve introdução do assunto sobre o qual se fará a investigação para identificar os conhecimentos prévios dos alunos e para se garantir que tenham os conceitos pré-requisitos. Contudo, independentemente do nível etário da classe, há que garantir, nesta fase inicial, que os alunos compreendem o que significa investigar. Nesta primeira etapa da acontecem as primeiras conjecturas que após as experimentações que acontecem na segunda etapa, podem ser refinada ou afirmadas ou refutadas. Caso sejam afirmadas passa-se à terceira etapa que é a formalização e generalização dos conceitos matemáticos. Caso sejam negadas abre-se a possibilidade para uma nova questão de investigação e o ciclo recomeça.

> Ao se propor uma tarefa de investigação espera-se que os alunos possam, de uma maneira mais ou menos consistente, utilizar os vários processos que caracterizam a atividade investigativa em Matemática. Como referimos, alguns destes processos são: a exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas, o teste e a reformulação de conjecturas e, ainda, a justificação de conjecturas e avaliação do trabalho (PONTE, BROCARDO E OLIVEIRA, 2003).

A última etapa consiste na discussão dos resultados e repostas para as perguntas levantadas durante a fase de investigação, quando será realizado o confronto das ideias dos alunos em que serão observadas as estratégias, formalização, conjecturas e generalização.

O software Geogebra

De acordo com (Vaz, 2012, p.40) "Hoje se sabe que o uso de tecnologias na Educação Matemática abrange um leque de possibilidades, incluindo a variedade de *softwares* disponíveis, mas o importante, sobretudo, é refletir como devemos explorá-

ISSN: 2238-8451

los no ensino." Contudo para que se tenha bons resultados em termos de aprendizagem é preciso haver maior preparação dos docentes para trabalharem com estas tecnologias.

Dentre os vários recursos didáticos que podem ser utilizados em aulas de Investigação Matemática neste projeto se deu ênfase ao software Geogebra.

> No Geogebra podemos contemplar geometria e álgebra dinamicamente, interagindo entre si na mesma tela, possibilitando o usuário relacionar as várias faces de um mesmo objeto matemático. Permite trabalhar conceitos matemáticos do ensino fundamental, médio e superior e realizar construções matemáticas diversificadas e alterá-las após a construção ser finalizada. Esse dinamismo possibilita que o aluno perceba diversas relações entre os objetos matemáticos, faça conjecturas e até mesmo formalize os resultados, de forma visual, no próprio *software*. (VAZ, 2012, p. 40).

Este foi o software escolhido para o estudo e análise do Gráfico de Funções Quadráticas por meio da Investigação Matemática. A escolha se deu por todas as suas funcionalidades, por ser um software de dinâmico e proporcionar um variedade de recursos e ferramentas que permite ao professor trabalhar varias áreas da matemática. Se apresentar com grandes possibilidades para Investigação Matemática e por ser também uma ferramenta de fácil entendimento e simples acesso que pode ser executado no sistema operacional do Windows e Linux, ser gratuito e livre.

MATERIAIS E MÉTODOS

Trata-se de uma pesquisa campo, qualitativa de cunho interpretativo e a coleta de dados se deu por meio dos relatórios dos alunos, analise de trabalhos desenvolvidos em sala e pelas construções no Geogebra. Desenvolvido sob a orientação da professora supervisora do Estagio Supervisionado. Este artigo é o trabalho final do Estágio Supervisionado e apresenta os resultados finais da pesquisa. Será também objeto de pesquisa e análise do projeto de mestrado da professora orientadora de Estágio que tem

ISSN: 2238-8451

como objetivo analisar as percepções dos acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá em relação a Investigação Matemática com o Software Geogebra.

As aulas experimentais foram desenvolvidas em uma turma de trinta e dois alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Iporá Goiás tendo como parceira a professora de Matemática. A análise se deu por meio das observações em sala, selecionando e analisando um conjunto de acontecimentos relacionado a introdução do assunto, da investigação e da discussão dos resultados, fizemos analise das atividades investigativas. Analisamos se houve envolvimento e se os alunos tiveram a oportunidade de experimentar, conjecturar, discutir, formular as respostas, formalizar e generalizar e provar conceitos matemáticos conforme a proposta investigativa. Este relato de experiência representa o trabalho final produzido a partir das análises. Os instrumentos de coleta de dados e informações foram os relatórios dos alunos em que descreveram detalhadamente o que aconteceu nas aulas em relação às suas aprendizagens, o diário de bordo do estagiário. Foram utilizados também as fotos e os registros das atividades realizadas em sala de aula e arquivos salvos no computador.

A relevância deste trabalho esta no sentido de que se propõe uma metodologia de ensino que incentiva o aluno na busca do aprendizado de forma ativa e interativa.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

De acordo com as ideias de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) e Vaz (2012) no ensino de funções a investigação pode contribuir para que a aprendizagem dos alunos seja maior quando o ensino for por meio de aulas desenvolvidas utilizando a Investigação Matemática como o software Geogebra em que os alunos juntamente com os demais e o professor "mediador" em sala se envolvam e aprendam.

A seguir apresenta-se a análise de uma atividade que tem como objetivo desenvolver o estudo da parábola da Função Quadrática por meio da Investigação Matemática com o software Geogebra, numa perspectiva em que os alunos por meio da

ISSN: 2238-8451

análise das suas construções cheguem as suas próprias conclusões e formalizem e generalizem os conceitos e com o auxilio do professor mediador.

1ª etapa: Introdução do assunto ou arranque da aula

Nesta primeira etapa iniciamos a aula com a apresentação do texto sobre as medidas do estádio do Maracanã e suas dimensões, em que fizemos a leitura juntamente com os alunos da reportagem Adaptado para Copa, Maracanã terá gramado menor que o da Vila Belmiro disponível na internet no endereço: <http://globoesporte.globo.com/futebol/copa-do-mundo/noticia/2010/08/adaptado-para-copa-maracana-tera-gramado-menor-que-o-da-vila-belmiro.html>, em que foram mostradas as diferenças de medidas do estádio anteriores e posteriores à reforma para atender às normas da FIFA para sediar jogos da copa do mundo, alguns dados estatísticos e algumas dimensões de outros estádios. A escolha deste texto foi por este ser o mês que antecede aos jogos da Copa do Mundo.

Após a leitura do texto realizamos uma roda de conversa para discutir sobre a trajetória de uma bola quando lançada de uma certa distancia do gol sem obstáculos a frente. Simulamos então algumas situações em que pudesse acontecer gols de falta em linha reta em direção ao gol. Questionamos sobre as prováveis trajetórias da bola em cada um dos casos, recolhemos dados gerais e quantitativos que pudessem ajudar a levantar hipóteses com objetivo de elaborar problemas a serem investigados. Conversamos sobre as medidas de um campo de futebol. Questionamos então: Se a bola for lançada verticalmente para cima ela vai subir em linha reta? Vai cair no mesmo lugar? Perguntamos sobre os fatores que influenciam na trajetória de uma bola quando chutada para cima? As hipótese levantadas foram que a bola não cairia no mesmo lugar porque sua trajetória seria uma curva, que a trajetória sofreria interferência que seria força do vento, direção do chute, peso da bola, precisão do chute, sua altura e por fim sua velocidade. Usamos o debate para lançar então a seguinte questão que seria a norteadora da Investigação Matemática com o Geogebra: Se o jogador chutar a bola a

ISSN: 2238-8451

gol. Supondo que o ponto de partida da bola foi exatamente cobrada a 20m de distância do gol. Após o chute a bola descreveu uma parábola, alcançando a altura máxima de 4m. Qual a equação matemática que representa o percurso feito pela bola? Nestas condições seria possível se fazer o gol?

Souberam descrever apenas que a bola faria uma trajetória curva em forma de parábola. Contudo não souberam encontrar a equação da parábola. Sugeriram apenas que seria uma equação de 2°grau. Quanto a ser possível fazer o gol a conjectura levantada foi que sim, desde que o vento, a força e a direção do chute fossem o suficiente para deslocá-la até o gol.

2ª etapa: O desenvolvimento das atividades utilizando o software Geogebra

Esta etapa foi dividida em 5 atividades. As fases do levantamento de conjecturas, experimentação e formalização aconteceram de forma alternada e as vezes simultaneamente podendo uma formalização dar origem a outra conjectura que da origem a outra experimentação até que se chegue a resposta do problema inicial.

Atividade 1. Os zeros da função

Nesta etapa se iniciou a Investigação Matemática com o Geogebra. Sendo o software desconhecido dos alunos dedicamos parte do tempo para mostrar os recursos do programa.

Em relação a função quadrática, por esta atividade de exploração foi possível identificar que os alunos conheciam a formula geral da função do segundo grau representada por $ax^2 + bx + c$, que conseguiram identificar os coeficientes *a, b* e *c* em uma equação e separá-los ordenadamente. Auxiliamos então na formalização matemática da definição de função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, como: *qualquer função f de IR em IR dada por uma lei da forma* $f(x) = ax^2 + bx + c$, *onde a, b*

ISSN: 2238-8451

e c são números reais e a ≠ 0. Ou simplesmente: Toda função do 2º grau é formada a partir da forma geral $f(x) = ax^2 + bx + c$*, com* $a \neq 0$*.*

Nesta primeira exploração diagnosticamos que sabiam calcular os valores das raízes x' e x'' usando a fórmula de Bhaskara, contudo não sabiam identificar estas raízes como os zeros da função e também não sabiam relacionar estes valores ao gráfico da função. A partir deste diagnóstico pedimos para que os alunos construírem os gráficos de exemplos de funções do 2° grau usando o Geogebra.

$F(x) = x^2 - 5x + 6$, $G(x) = x^2 + 6x + 9$, $H(x) = x^2 + 5x + 4$

Construídos os gráficos, pedimos que calculassem os valores das raízes de algumas das equações usando a fórmula Bhaskara que já conheciam. Pedimos que tentassem encontrar no gráfico os valores das raízes. Logo perceberam que os valores das raízes são os pontos de interseção da parábola com o eixo x das abcissas. A seguir sugerimos que substituíssem a variável *x* da equação pelos os valores das raízes e calculassem o resultado. E comparassem os resultados entre eles. Por meio das comparações chegaram a formalização de que os pontos de intersecção da parábola com o eixo das abscissas no plano cartesiano são *as raízes ou zeros da função que fazem* $ax^2 + bx + c = 0$.

Novamente auxiliamos na formalização matemática de que: *as raízes ou os zeros da função* $f(x) = ax^2 + bx + c$ *são as soluções da equação quadrática* $ax^2 + bx + c = 0$, *as quais são dadas pela chamada fórmula de Bhaskara:* $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$,

Se temos $f(x) = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Nesta aula percebemos que apesar de conhecerem a fórmula de Bhaskara e terem compreendido a formalização matemática das raízes ou zeros da função, alguns alunos apresentaram dificuldades nas substituições da variáveis e nos cálculos das

ISSN: 2238-8451

operações. Para estes, dispensamos atendimento mais individualizado para tirar as dúvidas que foram surgindo

Concluímos a aula voltando ao problema original da trajetória da bola chutada a gol de uma distância de 20m. Pedimos para analisarem os desenhos da trajetória da bola que fizeram anteriormente e neste desenho procurassem identificar o que representaria os valores das raízes da função que dá origem à parábola. Sem dificuldades identificaram que: o ponto de saída da bola seria o valor de x' e o ponto em que ela cairia ao chão seria o valor de x" e que entre eles estaria os 20m de distância entre o ponto de saída ou marca da falta e o ponto de chegada da bola ao gol. Identificando inclusive que: o valor de x' seria igual a zero porque a bola estaria partindo do ponto zero metros para cair à uma distância de vinte metros.

Nesta etapa como sugere Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p.15), "[...] o professor passa a desempenhar um papel mais de retaguarda. Cabe-lhe então procurar compreender como o trabalho dos alunos se vai processando e prestar o apoio que for sendo necessário." Procuramos atuar como mediadores, orientando os alunos na medida em que as experimentações fossem acontecendo, esclarecendo as dúvidas que foram surgindo, até que os alunos por si mesmos conseguissem formalizar os conceitos. A seguir, na figura 01, temos a imagem dos alunos em sala de aula.

Figura 01: Alunos em sala de aula.

Todo o processo serviu para nos dar ciência de que percurso desde o levantamento de conjecturas e experimentação até a fase em que irão formalizar e generalizar os conceitos matemáticos depende muito do intermédio do professor. Neste

ISSN: 2238-8451

contexto o software Geogebra contribui significativamente sua importância como recurso de ensino e aprendizagem no que diz respeito possibilitar aos educandos aprender de forma mais interativa em que o aluno tem a oportunidade de movimentar os gráficos, fazer experimentações e observações que os auxiliaram no entendimento do conteúdo. O uso do Geogebra com a investigação matemática contribui por se tratar de uma ferramenta manipulável e com os comandos certos os alunos puderam formalizar com maior clareza ao tirarem suas próprias conclusões manipulando o as ferramentas do software.

Atividade 2: A concavidade de parábola

Na experimentação inicial propusemos que os inserissem a função definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$ no e usando a ferramenta *controle deslizante* e inserissem a função *exibir rastro* do Geogebra e alterassem os valores do coeficiente a e anotassem os que perceberam sobre qual a relação existente entre os valores do coeficiente a e a posição da concavidade dos gráficos construídos. Em seguida pedimos que se levantassem e analisassem os gráficos que os colegas também haviam construído. Por meio da análise dos rastros dos gráficos e da observação dos valores do coeficiente a formalizaram que: Quando os valore de a são negativos parábola tem concavidade voltada para baixo e quando os valores de a forem positivos a concavidade da parábola será voltada para cima. Identificaram ainda que quando a é igual a zero o gráfico é uma reta porque a função é do 1º grau.

Pedimos que representassem esta formalização em linguagem matemática. Talvez por termos antes feito a formalização da definição e dos zeros da função quadrática, neste caso não tiveram dificuldade em formalizar que: *Se $a > 0$, a concavidade da parábola é para cima se $a < 0$ a concavidade é para baixo.*

ISSN: 2238-8451

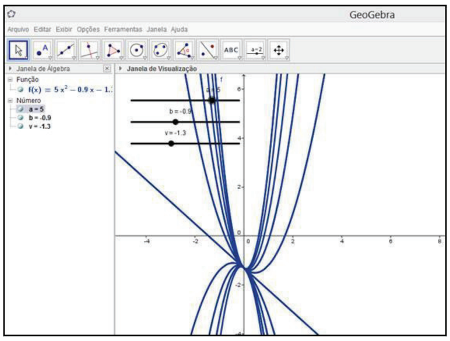

Figura 02: Análise da concavidade da parábola no Geogebra

Usaram então a função *animar* para confirmarem se esta formalização valeria mesmo para qualquer valor de a. A figura 02 acima mostra como os alunos puderam utilizar da ferramenta identificada no software como *animação* para produção de novos gráficos alterando os valores das variáveis iniciais. Chegamos a generalização de que: *Para qualquer a, se a > 0, a concavidade da parábola é para cima se a < 0 a concavidade é para baixo.* Voltamos a questão original e identificamos que a equação da função que representa a trajetória da bola tem o coeficiente a maior que zero *(a>0).*

A investigação com o Geogebra foram primordiais na construção do conceitos que eles aprenderam ate aqui, pois partiram dos próprios alunos a construção do seus conhecimento. O manuseio do aluno foi fundamental para que compreendessem a relação entre o valor do coeficiente a e a posição da concavidade da parábola.

Atividade 3: O coeficiente c

A seguir sugerimos que variassem apenas o coeficiente c com *a* e *b* fixos. E que novamente usassem os recursos exibir rastro. E que agora observassem o comportamento do gráfico e identificassem qual a interferência o coeficiente *c* no comportamento de uma parábola?

ISSN: 2238-8451

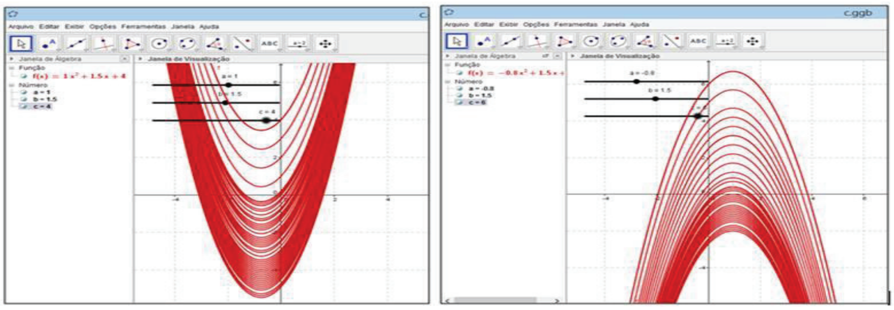

Figura 03: Interferência do coeficiente c na parábola no Geogebra

Sem dificuldades formalizaram que: *o coeficiente c indica o ponto em que a parábola corta o eixo y.* A figura 03 mostra as construções dos alunos e as modificações que fizeram nos gráficos em que pela experimentação e análise chegaram as formalizações esperadas.

Questionamos sobre qual interferência do sinal do coeficiente c, ao que responderam: *Se o coeficiente c for positivo o ponto em que a parábola corta o eixo de y estará acima do eixo de x e se o coeficiente c for negativo o ponto em que a parábola corta o eixo de y estará acima do eixo de x e se c for igual a zero este ponto será no ponto (0,0).* Reforçamos que os coeficiente não dependem um do outro podendo ter qualquer combinação de sinais ou seja pode ser a positivo com b negativo ou a positivo com *b* positivo, ou seja, qualquer combinação de sinais. Retomamos o problema original e identificaram que na equação da trajetória da bola o valor do coeficiente c é igual a zero, logo será uma equação incompleta.

A investigação com o software foi importante na construção das conjecturas como as citadas anteriormente. No ensino desta etapa a Investigação Matemática com o Geogebra contribuiu para maior esclarecimento quanto a variação dos coeficientes, por se tratar de que o software que faz *animações* e *rastros*, foi possível através destas animações a formalização a respeito dos coeficientes.

Atividade 4: Interferências do coeficiente b na parábola

ISSN: 2238-8451

Pedimos para repetirem a experimentação anterior agora analisando a interferência do coeficiente b na parábola.

Chamando a atenção para o fato de que quando se está usando a opção exibir rastro do Geogebra, se varia o coeficiente b da parábola é possível observar a criação de uma nova parábola, não importando se a concavidade da parábola original está voltada para cima ou para baixo, pedimos que investigassem que parábola é esta, ela é formada pelo rastro de um ponto da parábola original, que ponto é esse e porque isto acontece ao variar o ponto b.

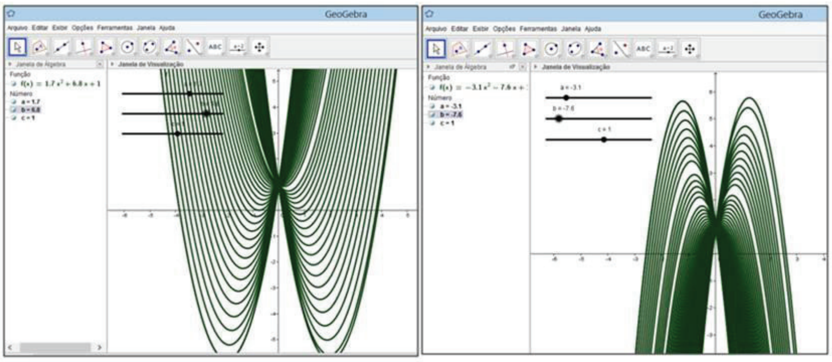

Figura 04: Interferência do coeficiente b na parábola.

Durante a experimentação da figura 04 os alunos anotaram várias observações que indicam que identificaram as interferências do coeficiente *b* na parábola. A seguir a transcrição de algumas destas anotações:

> *- O coeficiente b define como será a inclinação até o eixo y e depois que passa para o outro lado do eixo de y.*
>
> *- O coeficiente b interfere no ponto do vértice da parábola e a movimentação deste ponto dá origem a construção de outra parábola com a concavidade virada para o lado contrário da concavidade da parábola original.*
>
> *- Se a concavidade da parábola está para baixo quando movimentamos estes ponto b se ele for positivo a parábola decresce do lado direito e se ele for negativo cresce do lado esquerdo. E quando a parábola está com a concavidade para cima acontece o contrário.*

ISSN: 2238-8451

- Quando b é zero o vértice da parábola é um ponto do eixo de y. Se variar o coeficiente a o b fica fixo e se mover o coeficiente c o coeficiente b vai se mover em linha reta sobre o eixo de y.

- O coeficiente b interfere nos valores de máximo ou de mínimo da função.

Depois da discussão das observações feitas, chegaram a conclusão que o ponto b interfere na construção da parábola principalmente em função do Xv e do Yv. Daí, exploramos esses dois pontos. Mostramos como calcular o Xv pela média aritmética ou encontrando o ponto médio da distância entre os zeros da função. E como calcular o Yv substituindo o Xv na função. A seguir fizemos a demonstração da fórmula de calculo destes dois pontos.

Sabendo que a forma geral da equação do segundo grau é $f(x) = ax^2 + bx + c$, e que o gráfico desta função é sempre uma parábola.

Se considerarmos $f'(x) = 0$, teremos $2ax + b = 0$. Desta equação temos:

$2ax = -b$ *assim,* $x = -b/2a$. Logo a coordenada x do vértice é igual a $-b/2a$.

Conhecida a coordenada x do vértice, se substituirmos esta na forma geral $f(x) = y = ax^2 + bx + c$,t Teremos:

$y = a(-b/2a)^2 + b(-b/2a) + c$

$y = a(b^2/4a^2) - b^2/2a + c$

$y = b^2/4a - b^2/2a + c$

$y = (b^2 - 2b^2 + 4ac)/ 4a$

$y = (-b^2 + 4ac)/ 4a$

E sabendo que $(b^2 - 4ac) = \Delta$.

De: $y = (-b^2 + 4ac)/ 4a$. Temos que: $y = -\Delta/4a$.

ISSN: 2238-8451

Logo a coordenada x do vértice é igual a $-\Delta/4a$.

Após a demonstração da fórmula pedimos que calculassem o vértice da função $G(x) = -2x^2+6x$ e a seguir que usassem os recursos do Geogebra para verificarem o vértice no gráfico. Neste caso foi possível visualizar os valores de máximo da função. Analisamos também os valores dos zeros da função em relação a localização do x do vértice.

Foi um pouco mais difícil que eles chegassem a conjectura de que variando o coeficiente "b" ela interferia na variação dos valores de Maximo ou de mínimo. Foi necessário um tempo maior para as análises além de exigir uma mediação cuidadosa para que não se respondesse ao problema em investigação sem que houvesse as devidas reflexões.

Atividade 5: A resolução do problema

Retomamos o problema original sobre a trajetória da bola no Maracanã. Se o jogador chutar a bola a gol. Supondo que o ponto de partida da bola foi exatamente cobrada a 20m de distancia do gol. Após o chute a bola descreveu uma parábola, alcançando a altura máxima de 9m. Qual a equação matemática que representa o percurso feito pela bola? Nesta condições seria possível se fazer o gol? Solicitamos que construíssem um esboço da trajetória da bola usando as informações que o problema trazia, conforme a figura 5 abaixo.

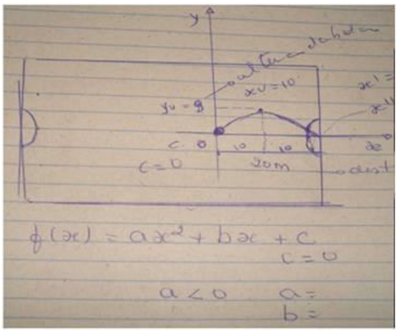

Figura 05: Esboço do gráfico feito por duas alunas.

Estas alunas identificaram que a parábola terá concavidade voltada para baixo que o valor de seu coeficiente *a* será *menor do que zero* e os valores de *x'* é igual *zero* que é a origem da trajetória da bola. Identificaram o coeficiente *c* e seu valor igual a *zero*. O valor de *x''* igual a *20m* que é distancia de onde a bola seria lançada até o ponto em que ele chega ao solo. Perceberam que a altura máxima atingida pela bola é o valor de *Yv* será *9m, identificando* também que o *Xv* é igual a *10m.* Como estas alunas, vários outros fizeram as mesmas observações. Contudo nenhum conseguiu encontrar os valores de a e b no gráfico.

Alguns por iniciativa própria usaram o Geogebra para construir o gráfico inserindo forma geral da função quadrática, fixando o valor de *c* igual a *zero* e movendo os coeficientes *a* e *b.* Estes encontraram apenas valores aproximados. Porém, nenhum deles obteve certeza dos valores que são decimais.

Sugerimos que usassem as fórmulas do y = $-\Delta/4a$ e Xv = $-b/2a$ e os seus valores para encontrar os coeficientes *a* e *b.* A partir desta sugestão alguns alunos conseguiram desenvolver o cálculo e resolver o problema. A figura 06 a seguir é o exemplo de uma das soluções.

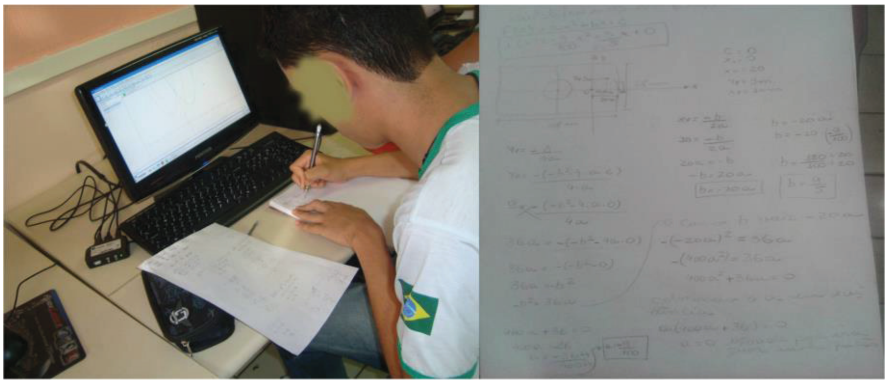

Figura 06: Resolução feita por um aluno.

Alguns alunos não conseguiram resolver o problema. Então pedimos para os colegas que já haviam encontrado a resposta ir até os outros e auxiliá-los na resolução. Este foi um momento rico em troca de ideias e aprendizagens.

ISSN: 2238-8451

Conforme sugere Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), concluímos a aula fazendo a discussão de todo o processo até o encontro da resolução do problema inicial. Debatemos sobre cada atividade desenvolvida, cada passo da investigação até que fosse encontrado o resultado final.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso da investigação matemática como metodologia de ensino traz consigo um maior aproveitamento no que diz respeito a uma aula em que o aluno construa seu próprio conhecimento. Por se tratar de uma metodologia até então desconhecida por alguns ela dá a entender que para o docente será mais um trabalho ardo pela frente, por se tratar de uma metodologia em que o docente precisa estar bem preparado em relação ao conteúdo, em relação a metodologia e quanto aos recursos didáticos porque a investigação nem sempre ocorre conforme se planejou podendo tomar outros rumos caso surja alguma pergunta inesperada por parte dos alunos.

Na Investigação Matemática o aprendizado dependerá do aluno, das questões levantadas por ele ou indagadas pelo professor. Cabe ao professor cumprir o papel de interrogador a um aluno, sempre suprindo as necessidades de que os alunos precisarem, buscando sempre estimular o interesse, para que ele mesmo tire suas próprias conclusões. Logo, por esta metodologia o professor sairá da postura de centro do saber e passará a considerar que o conhecimento também parta do aluno pensante.

O software Geogebra como ferramenta de ensino traz consigo inúmeras possibilidades de construção de conhecimentos se bem utilizado e manuseado, pois, através do mesmo é possível se trabalhar quase toda as áreas da matemática, desde o ensino fundamental até o superior. O que o diferencia de outra ferramenta de ensino é sua interatividade com a infinidade de funções e comando, que acaba por trazer um grande interesse por parte de quem o esta utilizando. Contribui significativamente como recurso de ensino e aprendizagem no que diz respeito possibilitar ao alunos aprender de forma mais interativa em que o aluno tem a oportunidade de movimentar os gráficos,

ISSN: 2238-8451

fazer experimentações e observações que os auxiliaram no entendimento do conteúdo. O uso do Geogebra com a investigação matemática contribui por se tratar de uma ferramenta manipulável e com os comandos certos os alunos puderam formalizar com maior clareza ao tirarem suas próprias conclusões manipulando o as ferramentas do software.

O Estágio Supervisionado foi importante na realização desta pesquisa por permitir a possibilidade de a teoria à prática fazendo com que nos reconheçamos como professores vivenciando todos os desafios, conflitos e perspectivas da nossa futura profissão. Durante as atividades do estágio não experimentamos só a parte da prática, ao contrário, usamos as nossa atividades para atuar como investigadores e produtores de conhecimentos e este trabalho mostra parte do que aprendemos no último ano.

Por meio do estudo, da ação e da reflexão tivemos a oportunidade de pensar sobre os aspectos práticos e humanos da docência. Sobre como é necessário sermos mais humanos, olharmos para educação com um olhar mais crítico para que possamos atuar na profissão como formadores de opiniões. Fez com passasse a ser também nossa a responsabilidade melhorar a Educação Matemática buscando melhorar a qualidade de ensino e assumindo o compromisso de formar alunos que tenham pensamentos próprios e críticos e capazes de lutar em prol de uma sociedade melhor para todos.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

PONTE, J. P.M.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

VAZ, Duelci Aparecido de Freitas, **experimentando, conjecturando, formalizando e generalizando: articulando investigação matemática com o geogebra.** Goiânia, v. 15, n. 1, p. 39-51, jan./jun. 2012. Disponível em: < http://seer.ucg.br/index.php/educativa/article/view/2491/1549>. Acesso em: 15. set. 2014.