UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS
CÂMPUS IPORÁ
IV CONGRESSO DE EDUCAÇÃO, V SEMINÁRIO DE ESTÁGIO E II ENCONTRO DO PIBID
"NOVOS PARADIGMAS DE ENSINO: ADAPTAÇÕES CURRICULARES E O DIREITO AO SABER"
ISSN: 2238-8451

A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DA GOMETRIA FRACTAL

BUENO, Luzia Leão de Oliveira[1]; OLIVEIRA, Claudimary Moreira Silva[2]; ANDRADE, Calebe Martes[3]

Universidade Estadual de Goiás Câmpus Iporá
[1]llobueno@hotmail.com; clau. [2]moreira@ueg.com; [3]kalebe.sk8@hotmail.com

RESUMO

Este é o trabalho final de Estágio Supervisionado da quarta série do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás, Câmpus Iporá que teve por objetivo analisar os papeis do professor e do aluno em uma aula de Investigação Matemática com software Geogebra para o estudo das iterações de alguns Fractais.Trata-se de uma pesquisa qualitativa com embasamento teórico nos estudos de Lorenzato e Fiorentini (2006), Valente (1993), Pallessi (2007), Ponte; Brocardo e Oliveira (2006) dentre outros. Traz uma análise do uso da Investigação Matemática com o software Geogebra para o ensino do conteúdo de Geometria Fractal numa perspectiva de que o aluno constrói o seu próprio conhecimento. A pesquisa realizou-se em uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Iporá/GO durante a regência do Estágio Supervisionado do Curso de Licenciatura em Matemática/2014. As análises das aulas experimentais se deram a partir da observação dos acontecimentos da sala de aula, da participação dos alunos, dos relatórios produzidos e das produções no Geogebra. Os resultados mostram que a Investigação Matemática como Geogebra foi importante no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo Fractais por permitir que o alunos aprendessem por meio na interação com o software por meio das suas próprias construções de forma dinâmica enquanto o professor mediador orienta os alunos no trabalho investigativo. Ao professor cabe desempenhar um conjunto de papéis bastante diversificados desafiando os alunos, avaliando o seu progresso, raciocinando matematicamente e apoiando o trabalho deles que atuam ativamente levantando hipótese, conjecturando, experimentando, testando e formalizando matematicamente os conteúdos.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Aprendizagem significativa; Prática pedagógica.

INTRODUÇÃO

Este é o trabalho final de Estágio Supervisionado da quarta série do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Goiás, Câmpus Iporá que teve como objetivo de analisar os papeis do professor e do aluno em uma aula de Investigação Matemática com software Geogebra para o estudo das iterações do cartão degrau central e do fractal aplicado no quadrado.

ISSN: 2238-8451

Os resultados mostram que a Investigação Matemática como Geogebra foi importante no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo Fractais por permitir que o alunos aprendessem por meio na interação com o software por meio das suas próprias construções de forma dinâmica enquanto o professor mediador orienta os alunos notrabalho investigativo. Ao professor cabe desempenhar um conjunto de papéis bastante diversificados desafiando os alunos, avaliando o seu progresso, raciocinando matematicamente e apoiando o trabalho deles que atuam ativamente levantando hipótese, conjecturando, experimentando, testando e formalizando matematicamente os conteúdos.

A relevância desta pesquisa está em representar uma forma inovadora de ensinar e aprender Matemática que pode contribuir aconteçam as mudanças necessárias no Ensino de Matemática.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nas últimas décadas, o ensino vem exigindo novas mudanças para satisfazer as necessidades da sociedade que exige pessoas mais críticas e autônomas. Nesse processo de mudanças destaca-se o ensino da Matemática, que exige do professor uma adaptação quer novas metodologias e materiais didáticos que possam desenvolver atividades que levem os alunos a investigarem na sala de aula para vivenciarem experiências Matemáticas. Como explica Cunha (1996, p. 69) "o professor deixa de ser a autoridade do saber e passa a ser um membro integrante dos grupos de trabalho".

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 26) é necessário oferecer condições para que o indivíduo possa adquirir conhecimento e compreensão do conteúdo em estudo, podendo refletir, analisar e entendera sua construção, autonomia intelectual e compreensão sociocultural. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1998 orientam que o ensino-aprendizagem da Matemática necessita ser abordado de modo a levar os alunos a:

> [...] um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contra exemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. (BRASIL, 1998, p.70).

A este processo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) chama Investigação Matemática, para os matemáticos em que investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos

ISSN: 2238-8451

conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades. Na mesma ideia Lorenzato e Fiorentini (2006) afirmam que os objetivos da investigação na Educação Matemática é a contribuição na aprendizagem de ideias e conceitos matemáticos pelos alunos, além de desenvolver conhecimentos transversais, como a capacidade de se comunicar e realizar trabalhos em grupo, contribuindo na formação de novas concepções e atitudes em relação à Matemática. Portanto, torna-se importante incentivar e motivar o aluno a participar ativamente de todo o processo ensino aprendizagem.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 45), o ensino de Matemática, exige que sejam feitas investigações, formulações de conjecturas e realização de testes para verificar estas conjecturas. O que está de acordo com Skovsmose (2000, p. 6) quando lembra que se os alunos assumir oprocesso de exploração e explicação, as atividades investigativas terão uma nova contribuição na aprendizagem, tornando os alunos ativos no processo.

Outro aspecto relevante é citado por Palessi (2007, p. 65) quando afirma que a Investigação Matemática pode-se apresentar como um instrumento importante para exercitar a imaginação e perceber o ensino de Matemática como uma contribuição para novas descobertas, para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Assim, trabalhar a Investigação Matemática na sala de aula é dar oportunidade aos alunos de fazerem Matemática de modo criativo, desenvolvendo a observação, a experimentação, a indução, a analogia, o raciocínio plausível, incentivando-os a buscar saber quais as razões por que acontecem as coisas. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 44 a 47), cabe ainda ao aluno, ao iniciar a investigação, compreender a proposta a ser desenvolvida, explorar, formular questões e conjecturas, testar e reformular e ainda, ser capaz de justificar suas conjecturas. O professor mediador irá desafiar os alunos, avaliar o progresso deles, raciocinar matematicamente, apoiar seu trabalho dos alunos e promover reflexões, fornecer e recordar informações.

Logo em uma aula de Investigação Matemática, o professor tem um papel decisivo no processo de ensino e aprendizagem, cabendo a ele orientar os alunos no trabalho investigativo, registrando as ideias que surgem, instigando a descoberta de novas pistas para que possam chegar a caminhos desconhecidos desenvolvendo a capacidade de resolver problemas, não só na Matemática, mas principalmente na vida. Nesse caso Perrenoud (2000), aponta que o papel do professor não pode ser um depositário de conteúdos, transferindo

ISSN: 2238-8451

conhecimentos para seus alunos, mas deve assumir uma nova postura, a de mediador do conhecimento.

As questões investigativas podem ser sugeridas pelo professor, ou até mesmo pelos alunos, incentivam a participação dos mesmos. No entanto, isto requer do professor conhecimento profissional em relação ao conteúdo, à metodologia e aos recursos didáticos for usar. É ainda, papel do professor, elaborar questões com momentos de descobertas e aprendizagem Matemática, para que possa colaborar na promoção da aprendizagem dos alunos. Enfim, o professor precisa estar capacitado para propor a realização de investigações Matemáticas, para os alunos entender o que se propõe, sendo capazes de organizar e formular questões que posteriormente poderão demonstrar. Portanto, numa aula investigativa, o professor deverá estabelecer o diálogo com os alunos, estimulando a comunicação, para produzir, formular questões, representar a informação recebida, ensaiar e testar conjecturas para justificá-las, mas sabendo equilibrar os momentos de ação com os momentos de reflexão, para irem construindo os conceitos matemáticos sabendo quais as conclusões a que notaram, e como chegaram a tal resultado.

De acordo com Fernandes (2007, p. 56), a Investigação Matemática deve se abrir à tecnologia propondo-se novas práticas docentes e experiências de aprendizagem significativa para os alunos. Estudos realizados por Valente (1993) mostram que o uso de computadores e de softwares educacionais em sala de aula possibilita ao aluno autoconfiança para criar e resolver situações, desenvolvendo autonomia para resolver posteriormente outros problemas. Para Fiorentini (2006, p. 46), os softwares facilitam a compreensão de conteúdos que antes só poderiam ser ensinados pelo professor de maneira teórica, pois permite ao aluno por em prática o que foi ensinado na sala de aula.Na mesma idéia, Brito, (1995), afirma que os softwares em sala de aula são recursos que facilitam a aprendizagem dos alunos, porém exige um planejamento detalhado em que todos os passos devem ser previamente analisados e definidos.

Percebe-se então que o uso de softwares educacionais em sala de aula no ensino da Matemática são considerados ferramentas de grande valia no processo de ensino-aprendizagem, já que contribui para despertar no aluno a curiosidade e interesse do que está sendo feito em sala de aula, deixando assim os alunos mais participativos. Neste trabalho será

ISSN: 2238-8451

chamado software educacional ou educativo de Matemática aqueles que foram criados como o objetivo de ensinar Matemática.

Atualmente existe no mercado ou disponível na Internet um grande número de softwares educacionais de Matemática que podem ser usados pedagogicamente pelos professores como por exemplo os softwares Geogebra, Geometricks, Régua e Compasso C.a.r., Winplot, Kmplot, Gnuplot, Geometria em Movimento, Polly, dentre outros. Segundo Pallessi (2007) o software Geogebra por ser um ambiente dinâmico pode representar uma ferramenta auxiliar, importante para o ensino-aprendizagem da geometria no Ensino Fundamental e Médio, de maneira dinâmica, pois combina geometria, álgebra, tabela, gráfico, estatística e cálculo em um único sistema. De acordo com Fernandes (2007, p. 39), na utilização de software Geogebra o aluno viabiliza a abordagem de assuntos simples e através de suas ferramentas a possibilidade de abordagens de conhecimentos mais complexos o que o torna propício para Investigações Matemáticas. Nesta pesquisa optamos pelo uso do Geogebra por possuir estas características de um ambiente dinâmico e interativa o, por ser gratuito e livre e se apresentar como propício para Investigações Matemáticas.

O ensino da Geometria Fractal com uso do software Geogebra

No estudo da Geometria Fractal tem-se que esse termo aplica-se, em geral, a forma de representação da geometria da natureza com formas irregulares, cujas partes se assemelham ao seu todo sob alguns aspectos, porém se notadas as diferenças escalas não perdem sua definição inicial. Na visão de Fernandes (2007, p. 12), os Fractais, com suas formas geométricas, redistribuídas em partes menores, tornam-se significativas e complexas, pois fazem parte de um todo.

Para Fernandes (2007, p. 36) o estudo sobre os Fractais, torna-se um estimulador para despertar o interesse dos alunos para o estudo de alguns conteúdos de geometria, que podem ser trabalhados de maneira interdisciplinar, relacionando-os a conteúdos de outras disciplinas, já que podem ser encontrados em todo o universo natural e em toda a ciência. Barbosa (2005, p. 30) está de acordo com esta ideia e destaca que a Geometria Fractal pode colaborar na aprendizagem de conteúdos geométricos, auxiliando a compreensão de

ISSN: 2238-8451

elementos até então encontradas de maneira irregular atraindo assim a curiosidade e interesse dos alunos pois, as formas Fractais são facilmente encontradas na natureza.

Considerando que o ensino da Geometria Fractal, como qualquer outro conteúdo em Matemática, requer que o aluno se envolva no processo aprendizagem e que professor estabeleça com os alunos um bom ambiente de aprendizagem para que as investigações opitamos nesta pesquisa por trabalhar o conteúdo de Geometria Fractal por meio da Investigação Matemática com o Geogebra.

MATERIAIS E MÉTODO

Foi uma pesquisa qualitativa com embasamento teórico nos estudos de Lorenzato e Fiorentini (2006), Valente (1993), Pallessi (2007), Ponte; Brocardo e Oliveira (2006), dentre outros . Trata-se de proposta de atividade que foi planejada para a realização de Investigação Matemática com o Geogebra elaborada coletivamente durante os estudos do Grupo de Pesquisa composto por todos os acadêmicos estagiários do quarto ano do Curso de Licenciatura em Matemática/2014 que participam do Projeto de Mestrado da professora de Estágio Supervisionado e que também é aluna do curso de Mestrado Profissional em Educação, Ciências e Matemática do Instituto Federal de Goiás, Câmpus de Jataí. As atividades de pesquisa, a elaboração da atividade, as aulas experimentais e a análise das aulas se desenvolveram durante as orientações e a regência do Estágio Supervisionado sob orientação e supervisão da professora orientadora. Contou-se também com as colaborações do professor Calebe Martes de Andrade que auxiliou na pesquisa visto que esta também faz parte do trabalho de final de curso (TC) que ele orienta e da professora Núbia Cristina dos Santos Lemes da Universidade Estadual de Goiás, Câmpus Iporá que também é professora da escola campo de estágio em que se realizou o projeto e foi parceira participando da elaboração plano de atividades e acompanhando as aulas experimentais que se realizaram nos horários normais de aula da em que é professora.

As aulas experimentais realizaram-se em turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Iporá/GO composta de 32 alunos com idade entre 13 e 15 anos. A análises das aulas experimentais se deram à partir da observação dos acontecimentos da sala de aula, da participação dos alunos, dos relatórios produzidos e das produções no Geogebra.

ISSN: 2238-8451

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A atividade pedagógica experimental de Investigação Matemática como o Geogebra se deu no ano letivo 2014, durante 8 horas/aulas em que foram abordados os fundamentos da Geometria Fractal, as construções das primeiras iterações dos Fractais.

Etapa 1: Introdução do assunto GeometriaFractal e primeiras Investigações

Iniciamos a aula relembrando os conceitos básicos de Geometria Euclidiana analisando figuras planas regulares e irregulares. Identificamos pelas respostas que nem todos possuíam tais conceitos e seriam necessários para o estudo da Geometria Fractal. Relembramos então os conceitos de ponto, reta, plano, polígono, polígonos regulares, dentre outros. Em relação a Geometria Fractal alguns alunos souberam dizer apenas que se trata de uma repetição de uma figura padrão em parte cada vez menor. Contudo a maioria da turma não sabia nada sobre o assunto.

Para dar início ao conteúdo apresentamos a história da criação da Geometria Fractal mostrando algumas imagens de Fractais e algumas destas formas que estão presentes na natureza. Propusemos então que construíssem um cartão fractal degraus centrais que é um cartão fractal tridimensional. Para construção do cartão entregamos uma folha de papel e como ponto de partida mostramos a planificação do cartão Degraus Centrais. A seguir pedimos para marcarem o ponto médio da folha, ao longo de sua altura, dobrando onde foi marcado,com a folha dobrada ao meio, fizessem dois cortes verticais simétricos a uma distância $\frac{x}{4}$ das extremidades da folha, considerando x a largura menor da folha de papel retangular, de altura $\frac{a}{2}$. E sugerimos que observassem que $a = 2 \times \frac{x}{4} = \frac{x}{2}$, conforme a figura 01.

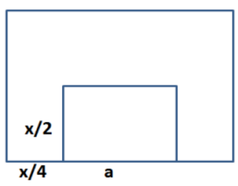

Figura 01:Inicio da construção do cartão degraus centrais com formato de figuras tridimensionais.

ISSN: 2238-8451

Em seguida dobrar o retângulo formado para cima, fazendo um vinco na dobra. Voltar o retângulo dobrado para a posição inicial e puxar o centro da figura em relevo obtendo a primeira iteração fractal. Dobrar novamente repetindo o processo agora sobre a primeira parte dobrada, porém em uma escala menor. Dobrar novamente o retângulo para cima, fazendo um vinco na dobra e voltar o retângulo dobrado para a posição inicial e puxe outra figura em relevo para que no cartão se identifique a primeira e a segunda iteração fractal. Para obtenção de outras iterações menores repita esse processo enquanto for possível realizar os cortes e as dobraduras no papel, sempre usando a regra de corte estabelecida na primeira iteração de depois desdobre os recortes e puxe as figuras em relevo.

Figura 02:Construção de cartão degraus centrais com formato de figuras tridimensionais.

Após a construção que pode ser observada na figura 02, questionamos: Que formas geométricas resultaram dos cortes e dobraduras? O que acontece após cada iteração realizada? Durante o debate sobre estas questões surgiu a questão investigativa quando um aluno perguntou: "*como posso saber quantos paralelepípedos novos vamos ter a cada iteração quando o cartão for maior e com mais dobras?*"

Para dar início a investigação, devolvemos a pergunta para a turma pedindo que observassem o número de repetição e analisassem o que percebiam com a origem de novos paralelepípedos. E instigamos com as seguintes perguntas: como há um padrão de medida, podemos dizer que há uma base? Que base seria esta?

Algumas conjecturas foram levantadas, porém não chegaram a nenhuma conclusão. Propusemos então que construíssem a tabela a seguir idêntica a usada por Barbosa (2013), com o objetivo que ao construir a tabela formalizassem matematicamente uma expressão pela qual se possa calcular o número de paralelepípedos novos para qualquer número de iterações.

ISSN: 2238-8451

Iteração	Nº de paralelepípedos novos
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
...	...
N	2^n

Iteração	Nº de paralelepípedos novos	Potência que calcula o nº de novos paralelepípedos
0	1	2^0
1	2	2^1
2	4	2^2
3	8	2^3
4	16	2^4
...	...	....
N	2^n	2^n

Figura 03: Tabelas de número de paralelepípedos novos para qualquer número de interações.

Os alunos, pela construção da primeira tabela da figura 03 que se tem na primeira coluna o número de iterações e na segunda coluna o número de paralelepípedos novos, não chegaram a conclusão da existência da potência $2n$, em que 2 é o multiplicador é o *n* é o número de iterações. Então instigamos fazendo a observação: conseguem verificar na tabela que a cada iteração o número de novos paralelepípedos dobra, porém em escalas menores? Vamos criar uma terceira coluna nesta tabela para organizar estes valores em forma de potência? Criamos então uma terceira coluna para a identificação das potências observada na segunda tabela da figura 02.Daí os alunos perceberam a sequência 2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4 ,.... 2^n.

Depois de mais algumas discussões os alunos formalizaram que: *o processo de construção dos paralelepípedos se dá por uma lei de potência $2n$, onde n = 0,1, 2,3,... é o número de iterações, e que seu fator multiplicador é 2, pois cada paralelepípedo é cercado por dois novos paralelepípedos.*

Neste momento alguém disse: *"professora isto parece uma PG!"*. Descobrimos pelo diálogo a seguir que tinham conhecimento sobre Progressões Algébricas (PA) e Geométricas (PG), então, aproveitamos a oportunidade para, usando a mesma ideia de demonstração usada por Barbosa (2013), mostrar que a fórmula encontrada trata-se de uma PG visto que, pelos valores da tabela, a quantidade de paralelepípedos novos a cada iteração pode ser representada por: 2^{n-1}.

Na primeira iteração tem-se $2^{1-1} = 1$ paralelepípedo, na segunda iteração tem-se $2^{2-1} = 2$ paralelepípedos, na terceira interação tem-se $2^{3-1} = 4$ paralelepípedos, na quarta iteração tem-se $2^{4-1} = 8$ paralelepípedos, na quinta iteração tem-se $5^{4-1} = 8$ paralelepípedos. E assim segue-se para outras iterações: $a1 = 1$, $a2 = 1 + 2$, $a3 = 1 + 2 + 4$, $a4 = 1 + 2 + 4 + 8$, ..., $an = 2n - 1$.

ISSN: 2238-8451

Daí percebe-se que a relação é uma PG de razão igual q = 2. O termo geral dessa sequência é igual a soma *S* dos termos de uma PG onde $a1 = 1$ e $q = 2$.

Na primeira iteração tem-se: $S1 = 1.\frac{2^1 - 1}{2 - 1}$, assim $S1 = 2$. Na terceira iteração tem-se: $S3 = 1.\frac{2^3 - 1}{2 - 1}$, assim $S3 = 7$. Na quarta iteração tem-se: $S4 = 1.\frac{2^4 - 1}{2 - 1}$, assim $S4 = 15$. Logo para n iterações: $Sn = 2^{n-1}$.

Nesta atividade quando um dos alunos fez uma pergunta que poderia ser a primeira questão investigativa, usamos a oportunidade para realizar com a turma a Investigação Matemática. E ao perceber que tinham conhecimento sobre as Progressões Geométricas, fizemos a demonstração da fórmula que calcula o número de iterações do cartão Degraus Centrais. No decorrer da aula os termos conjecturar, experimentar, formalizar, generalizar foram surgindo e quanto era necessário explicamos o quer dizer cada uma delas.

Nesta aula consideramos como pontos importantes para análise as construções dos cartões, a criação e análise dos dados da tabela relacionando com o cartão construído e a formalização Matemática a partir da tabela.

Etapa 2: A Investigação Matemática com o Geogebra

Iniciamos esta etapa com a apresentação do Geogebra e das suas ferramentas básicas para construções de objetos da Geometria Euclidiana. Mostramos os recursos básicos para a construção de polígonos, retas e pontos, bem como encontrar o valor da área e perímetro das figuras, ou seja, as ferramentas da área de Geometria Euclidiana do softwares que seriam necessárias para a construção da Geometria Fractal.

Dando sequências as atividades sugerimos que fizessem a construção do fractal aplicado ao quadrado utilizando as ferramentas do Geogebra da área de Geometria Euclidiana.

Figura 04:Alunos utilizando o Geogebra para construir Fractais.

ISSN: 2238-8451

Pedimos ainda para calcular as áreas dos quadrados formados em cada iteração. A figura 04 abaixo mostra os alunos construindo Fractais com o Geogebra. Este fractal é construído fazendo-se as ligações entre dos pontos médios dos lados do quadrado. Repetindo isso para os quadrados menores que vão surgindo enquanto for possível encontrar os pontos médios dos lados.

Durante a construção surgiu a questão de investigação: *se eu conhecer a área do quadrado de uma das iterações com este valor posso descobrir qual a iteração a que ele pertence?*

Pedimos então para os alunos observarem a cada repetição, ou seja, a cada novo quadrado construído o que vai acontecendo com a área. Os alunos anotaram e observaram que a cada repetição o novo quadrado é a metade do anterior e escreveram em forma de fração a relação de cada quadrado construído com o primeiro quadrado. Identificaram que A2 (área do segundo quadrado) é metade da área A1 (área do primeiro quadrado), A3 (área do terceiro quadrado) é um quarto da área de A1, A4 é um oitavo da área A1 e A5 é um dezesseis avos de A1. A sequência das áreas anotadas ficou assim: $A_{\frac{1}{2}}$, $A_{\frac{1}{4}}$, $A_{\frac{1}{8}}$, $A_{\frac{1}{16}}$,...

Sugerimos que os alunos transformassem os denominadores em potências: $A_{\frac{1}{2^1}}$, $A_{\frac{1}{2^2}}$, $A_{\frac{1}{2^3}}$, $A_{\frac{1}{2^4}}$ ..., $A_{\frac{1}{2^n}}$. Assim formalizaram que: *conhecendo a área do quadrado de uma das iterações, bastará substituir o valor de A na fórmula* $A\frac{1}{2^n}$ *em função de n. Ao desenvolver o cálculo o valor encontrado para n será a iteração em que se encontra o quadrado da área conhecida.*

As atividades tiveram boa aceitação por parte dos alunos, que mostraram-seinteressados e participativos. No decorrer das aulas deixamos os alunos à vontade para fazerem perguntas, levantarem questões e dividirem suas ideias com o professor e com os colegas seguindo a ideia de Ponte, Brocardo e Oliveira de que o ensino de Matemática, exige que sejam feitas investigações, formulações de conjecturas e realização de testes para verificar estas conjecturas.

No cenário para investigação aqui proposto, os alunos foram responsáveis pelo processo. No entanto, por ser uma turma grande e não estarem habituados a este tipo de investigação tivemos alguma dificuldade até que percebessem o que se esperava deles. A

ISSN: 2238-8451

pouca experiência docente que tenho também dificultou o andamento de algumas aulas o que fez com que a investigação demorasse mais do que o esperado. Alguns alunos precisaram de atendimento individualizado e alguns só compreenderam todo o processo no final, no momento da discussão dos resultados que foi um momento importante para a troca de informações e ideias. Contudo todos os problemas que tivemos foram situações possíveis de serem contornadas com o auxilio da professor regente e da orientadora de estágio que acompanharam a aula e não chegaram a comprometer os resultados da pesquisa.

Identificamos no decorrer da pesquisa que o Geogebra contribui na aprendizagem dos alunos porque os possibilitou visualizar as figuras, fazer comparações, aprender com seus erros e assimilar de forma dinâmica os conceitos geométricos. Os alunos, envolveram-se nas atividades, fizeram questionamentos e tiraram suas próprias conclusões. Assim a Investigação Matemática como Geogebra foi importante no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo por permitir que os alunos aprendessem por meio na interação com o software por meio das suas próprias construções de forma dinâmica enquanto o professor mediador orienta os alunos notrabalho investigativo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino de Matemática na educação contemporânea exige aulas mais dinâmicas com uso de metodologias de ensino que estimulem a curiosidade e o pensamento crítico do aluno, motivando-os a aprender com prazer. Isto provoca a necessidade de que os professores, planejam as aulas de maneira a dar condições necessárias aos estudantes de desenvolverem habilidades e competências necessárias para que construam a sua aprendizagem por meio da investigação.

O professor de Matemática no século XXI, nescessita ser um incentivador de aprendizagem, motivando seus alunos a descobrirem seus conhecimentos, testando novas formas de aprender. Esse professor deve estar sempre se atualizando e colocando em prática as descobertas junto com seus alunos através de aulas dinâmicas e significativas, com uso de metodologias de ensino que estimulem a curiosidade e o pensamento crítico do aluno, motivando-os a aprender com prazer. Incentivar atividades de investigação dando condições necessárias aos estudantes de desenvolverem habilidades e competências necessárias para o trabalho com investigação Matemática, bem como: buscar novas descobertas, formular perguntas, encontrar resultados e entender as soluções encontradas.

As contribuições do uso da investigação Matemática como Metodologia de Ensino, foram identificadas quando os alunos demonstraram suas aprendizagens tanto na resolução de problemas e na formalização Matemática das mesmas quanto na exploração-investigação geradas na sala de aula. Ao professor coube desempenhar um conjunto de papéis bastante diversificados desafiando os alunos, avaliando o seu progresso, raciocinando matematicamente e apoiando o trabalho deles que atuam ativamente levantando hipótese, conjecturando, experimentando, testando e formalizando matematicamente os conteúdos. A relevância está em representar uma forma inovadora de ensinar e aprender Matemática que pode contribuir nas mudanças necessárias no Ensino de Matemática.

Os resultados mostraram por meio das Investigações como Geogebra os alunos puderam vivenciar o processo, pensando sobre o que iam investigar e se comportaram como pesquisadores, colocando como descobridores. Buscaram conhecer, investigar, questionar e procuraram responder as situações que foram apresentadas, através da exploração de possibilidades, levantando conjecturas, experimentando e formalizando suas descobertas. O software Geogebra com seu ambiente dinâmico contribuiu para investigação do conteúdo de Geometria Fractal, pois os alunos puderam acessar as funções, alterar as propriedades dos objetos construídos, sempre identificando a regrautilizada na construção do fractal que estava construindo. Portanto nosso objetivo foi alcançado quando percebemos que os alunos investigaram procedimentos necessários para aconstrução do fractal utilizando asferramentas do software Geogebra.

O estágio supervisionado com pesquisa trouxe contribuiçõessignificativas para entender a importância da formação do professor para atuar na realidade do século XXI , que, em sua prática, precisam fazer uso da investigação Matemática como Metodologia de Ensino e saber usar as potencialidades do software que Geogebra como recurso de ensino.

REFERÊNCIAS

ASSIS, T. A. et al. **GeometriaFractal**: **propriedades e características de Fractais ideais**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 30, n. 2, 2304. 2008.

BARBOSA, Ruy Madsem. **Descobrindo a GeometriaFractal**: **para a sala de aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, 156p.

BARBOSA, Dias Cairo et. al., **Educação a Distancia: um olhar sobre o uso dos fractais nas aulas de Matemática,** 2013. Disponível em: < http://www.abed.org.br/congresso2013/cd/256.pdf>. Acesso em 20 mai. 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais Ensino Médio: Matemática**. MEC /SEF, 1998. 148 p

BRITO, A. J. **Geometrias Não-Euclidianas**: **Um estudo histórico-pedagógico**. 1995. 187 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1995.

CUNHA. M. I. **O bom professor e sua prática**. 6. ed. Campinas: Papirus, 1996

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12 ed. São Paulo: Editora Ática, 1999.

FERNANDES, J. A. **Fractais: Uma nova visão da Matemática**. 2007. 46 f. **Trabalho de conclusão de Curso** – Centro Universitário de Lavras, Lavras, 2007.

FIORENTINI, Dario. **Investigação em educação Matemática: percursos teóricos emetodológicos /** Dario Fiorentinni, Sergio Lorenzato. – Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

PALLESSI, D. M. **Motivação do estudo de progressões aritméticas e geométricas através da GeometriaFractal.** 2007. 57 f. Monografia (Especialização) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

PERRENOUD, P. **Construir competências é virar as costas aos saberes?** In: **Revista Pátio,** Porto Alegre: ARTMED, ano 03, nº 11, jan. 2000

PONTE, João Pedro da, BROCARDO, Ivana; OLIVEIRA, Hélio. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. – 1ª ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SKOVSMOSE, O.,**Cenários para investigação**. Bolema, Rio Claro, n.14, p. 66-91, 2000.

VALENTE, J. A. **Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação**. Campinas; São Paulo: UNICAMP/NIED, 1993.