CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS DE FUNÇÕES UTILIZANDO CÁLCULO DIFERENCIAL

FERREIRA, Eliézer Pires
Universidade Estadual de Goiás - UnU Iporá
eliezer_3d@hotmail.com
SOUZA, Uender Barbosa de
Universidade Estadual de Goiás - UnU Iporá
uenderbs@gmail.com

RESUMO

De forma descritiva, este projeto busca analisar dados já existentes e manipulá-los de forma a gerar resultados diversos que serão citados no decorrer desta pesquisa. As inovações tecnológicas e matemáticas trazem consigo a necessidade de se estudar métodos para auxiliar em estudos de temas avançados, como as teorias de curvas e superfícies, principalmente, quando se trata da construção de gráficos de funções, mas que métodos são esses? O que é preciso para construir um gráfico com perfeição? As respostas destas e de várias perguntas relacionadas ao esboço de gráficos, os métodos matemáticos do cálculo diferencial, serão descritas no decorrer deste trabalho, que tem como principal referencial teórico os livro de James Stewart, *Calculo - 2008,* onde descreve em capítulo próprio, a aplicação do cálculo diferencial na construção de gráficos. Visto que, a marcação de pontos simples, não é eficiente, uma análise de aspectos como a concavidade da curva, pontos de inflexão, máximos, mínimos e intervalos de crescimento e/ou decrescimento, são necessários para se construir uma curva mais próxima da curva real. Deste modo, ao utilizar o limite e diferenciação, o aluno pode chegar a gráficos cada vez mais precisos, e valorizar ainda mais o estudo de funções e suas aplicações.

Palavras-chave: Diferenciação; Funções; Gráficos.

1. INTRODUÇÃO

O modelo de simplesmente marcar pontos no plano, pode gerar diversas dúvidas e erros, tanto para o esboço, quanto para a análise do gráfico. Visto que, este problema ocorre com freqüência, observa-se, que surgem as dúvidas mais freqüentes, como a questão da marcação de pontos, se é realmente eficaz; até que ponto um gráfico pode ser fiel a curva real da função, e como corrigir as imperfeições, gerando informações mais precisas.

Estabelecer um detalhado roteiro sobre os passos necessários para abstrair as informações propícias ao esboço fiel da curva de uma função é o principal objetivo deste artigo que irá descrever, definir, e demonstrar métodos existentes que possibilitem este resultado, tendo como principal referencial teórico o livro de James Stewart, *Calculo - 2008,* onde possui um capítulo próprio sobre a construção de gráficos de funções utilizando limite e diferenciação.

2. FUNÇÕES E GRÁFICOS

O conceito de função é uma idéia que está diretamente associada ao nosso cotidiano, e impulsiona o desenvolvimento de diversas áreas, tais como a engenharia, física, astronomia, economia, arte, entre outras. Entender este conceito nos leva a compreender melhor as diversas relações entre variáveis, e a analisar quantidades associadas a curvas, como pontos de máximo e mínimo, curvatura, coordenadas e limites.

De acordo com Thomas e Finney (1988, p. 35),

> Se, em cada caso, o valor de *y* ficar completamente determinado pelo valor de *x*, podemos dizer que *y* é uma função de *x*. Euler criou um modo simbólico de dizer que "*y*" é uma função de "*x*" utilizando a notação $y = f(x)$, que significa "*y* é igual a *f* de *x*". Além de exprimir aquelas palavras de um modo abreviado, tal notação permite que se atribuam nomes diferentes a funções diferentes pela simples troca de letras empregadas.

Os gráficos são figuras utilizadas para a representação de funções e tabelas de forma simples e eficiente. Pela marcação de pontos no plano ou no espaço, as funções tomam formas de curvas, superfícies ou sólidos, possibilitando melhor compreensão no estudo de problemas complexos.

Na visão de Hewitt (2002), os gráficos como as tabelas e funções mostram como se relacionam estas transformações de valores, de forma visual auxilia a esclarecer o significado de um conjunto de informação e mesmo que a equação não seja conhecida, um gráfico pode revelar a existente relação entre as variáveis.

Para esboçar uma curva ou uma superfície alguns aspectos devem ser observados, para tratar a construção de gráficos de forma generalizada será seguido um roteiro que fornece todos os métodos necessários para a construção de qualquer curva, James Stewart (2008), apresenta este roteiro em sete itens: Domínio; Interceptos; Simetria; Intervalos de Crescimento e Decrescimento; Valores de Máximo e Mínimo Locais; Concavidade; e Pontos de Inflexão.

2.1. DOMÍNIO E IMAGEM

Em várias funções condições de existência são impostas a imagem, criando restrições ao domino, como por exemplo, a função $f(x) = \sqrt{x}$, para satisfazer a condição de existência da raiz quadrada no conjunto dos Reais ($\mathbb{R}$), deve-se utilizar apenas valores positivos para *x*, logo a solução do domino de $f(x)$, é denotada por: $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq 0\}$.

Observe alguns exemplos:

a) $f(x) = \dfrac{x+2}{x-1}$ D(*f*) = $\{x \in \mathbb{R} \,/\, x \neq 1\} = \mathbb{R} - \{1\}$

b) $f(x) = \sqrt{4x-6}$ D(*f*) = $\{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq 3/2\}$

c) $f(x) = \sqrt[3]{3x-9}$ D(*f*) = $\mathbb{R}$

d) $f(x) = \dfrac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+1}}$ D(*f*) = $\{x \in \mathbb{R} \,/\, -1 < x \leq 2\} \rightarrow]-1, 2]$.

No exemplo “a”, o denominador não pode obter o valor de zero, pois não há divisão por zero na matemática, sendo assim o domínio pode assumir qualquer valor real tal que $x \neq 1$; No exemplo “b” para satisfazer a condição de raiz quadrada o radicando deve ser maior que zero, ou seja $4x - 6 \geq 0 \rightarrow x \geq 6/4 \rightarrow x \geq 3/2$; No item “c” a raiz é cúbica então pode-se assumir qualquer valor real; e como mostrado no exemplo “d”, há duas condições, $x \leq 2$ *e* $x > -1$, logo a solução é a interseção, ou seja, todos os valores reais no intervalo $]-1, 2]$. Quando um valor de domínio válido passa pela função, cria um elemento imagem, gerando um par de valores denominado par ordenado (*x*, *y*), que representa um ponto localizado no sistema de coordenadas cartesianas.

De acordo com Ávila (1994, p.26), duas retas numéricas traçadas perpendicularmente interceptadas em seu ponto zero formam o Plano Cartesiano, utilizado para a representação de curvas de funções do conjunto dos números reais nos reais $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. De acordo com o aumento na quantidade de pontos, uma representação da função é formada descrevendo a curva ou gráfico da função. Quanto maior a quantidade de intervalos com amplitude Δx, a trajetória dos pontos se semelharão à curva real. Ao determinar o domínio $-5 \leq x \leq 5$ para a função $f(x) = x^2$, variando a amplitude neste intervalo, encontra-se resultados diferentes como mostra a Figura 1:

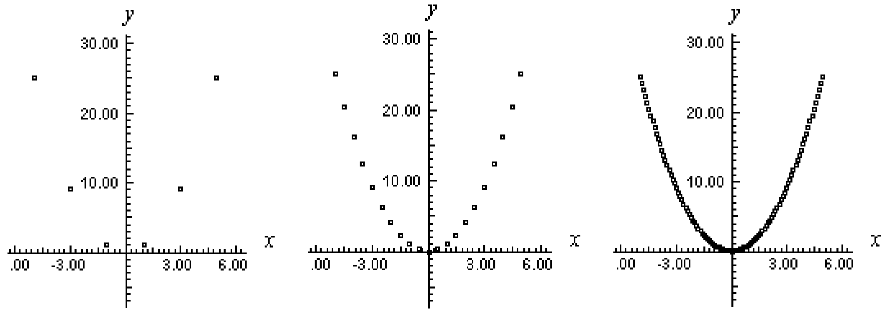

Figura1: Pontos no Plano (FERRAZ; GITIRANA, 2007, p.03)

Agora vejamos alguns gráficos aplicados à física, mostrados na Figura 2:

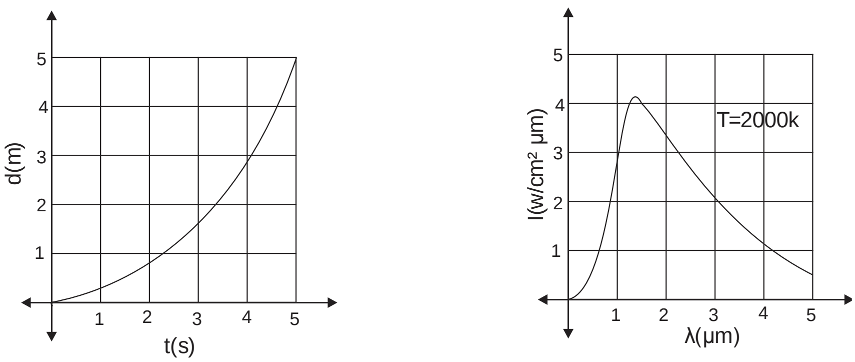

Figura 2: Exemplo1 de Gráficos de Funções (HEWITT, 2002, p.644)

A declividade e a área sob a curva são informações que auxiliam ao leitor uma melhor compreensão sobre o assunto estudado, e são nestes casos que o cálculo diferencial e integral se torna essenciais.

3. CONSTRUINDO GRÁFICOS

Marcar pontos de uma tabela de valores obtidos por uma função, e representá-los através de uma curva, pode parecer tarefa fácil, mas há situações em que este modelo não seria o correto. Existem fatores a considerar, e a analisar em cada caso, e se simplesmente forem ignorados, podem trazer resultados errôneos.

Para demonstrar esta falha, a Tabela da Figura 3, foi obtida de uma função e seus pontos plotados[1] no plano cartesiano ao simplesmente ligar estes pontos:

[1] Plotar é o ato de localizar pontos em um sistema de coordenadas.

Tabela de f(x)

x	f(x)	x	f(x)
-5	22	1	7
-4	7	2	10
-3	-2	3	11
-2	-4	4	10
-1	-2	5	8
0	3	6	-8

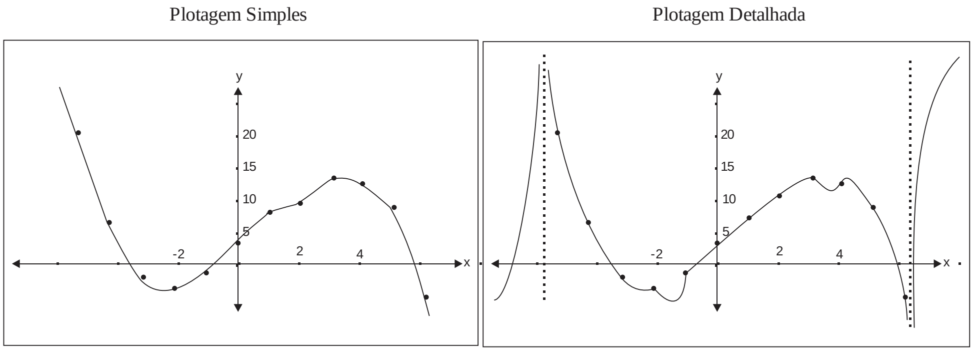

Figura 3: Plotagem de Pontos (STEWART, 2008, p. 316)

No exemplo citado acima, na plotagem simples de pontos, alguns dados foram omitidos, como as assíntotas e os pontos de máximo e mínimo, presentes entre 2 e 5 ou entre -2 e -1. Utilizando calculadoras gráficas e softwares matemáticos, a plotagem de pontos pode ser eficiente, Stewart (2008, p.316) afirma que “essa tecnologia moderna é capaz de produzir gráficos bem precisos. Contudo, mesmo o melhor recurso computacional deve ser usado inteligentemente”. Assim utilizar programas pode ser um bom recurso de estudo, no entanto deve-se estar atento a variedade de fatores que influenciam nesta construção.

3.1. VALORES DE MÁXIMOS E MÍNIMOS DE UMA FUNÇÃO

A idéia de máximos e mínimos, está diretamente ligada a aplicações em muitas áreas do conhecimento e do dia-a-dia, principalmente ao se estudar sobre otimização.

De acordo com Veras (1999, p. 33) “uma função pode não ser crescente (ou decrescente) em todo seu domínio, tendo intervalos em que cresce e intervalos que decresce”, assim, quando uma função apresenta esta oscilação, é dito que ela possui pontos de máximo e mínimo. Muitas vezes, há a confusão entre máximos e mínimos locais e máximos e mínimos absolutos, e de acordo com a definição descrita por Stewart (2008, p. 279):

> Uma função f tem **máximo absoluto** (ou **máximo global**) em c se $f(c) \geq f(x)$ para todo x em D, onde D é o domínio de f. O numero $f(c)$ é chamado **valor máximo** de f em D. Analogamente, f tem um **mínimo absoluto** em c se $f(c) \leq f(x)$ para todo x em D, e o numero $f(c)$ é denominado valor mínimo de f em D. Os valores de **máximo e mínimo** de f são chamados de **valores extremos** de f.

Desta forma, é valor máximo absoluto de uma função quando esta possui apenas um valor máximo em todo seu domínio, ou seja, é o maior valor que a função pode assumir.

Da mesma maneira, é chamado de mínimo absoluto se existe apenas um menor valor assumido pela imagem da função.

E de acordo com Veras (1999, p. 33):

> Diz-se que o ponto x_o é o ponto de máximo local (ou ponto de máximo relativo) de uma função $y = f(x)$ se o valor assumido pela função no ponto x_o for maior que qualquer outro assumido pela função em pontos de seu domínio que estejam numa vizinhança de x_o, isto é, para qualquer x nessas condições tem-se $f(x_o) > f(x)$. Nesse caso, $f(x_o)$ é chamado valor máximo local ou simplesmente máximo local.

Desta maneira, os pontos de máximo e mínimo relativos, são aqueles pontos observados tal que nas proximidades de x_o não exista numero valor superior a $f(x_o)$, ou seja, $f(x_o) > f(x)$ no caso de máximos, e $f(x_o) < f(x)$ no caso de mínimos. Uma função pode ter pontos de máximos e mínimos locais e absolutos, como o exemplo da Figura 7:

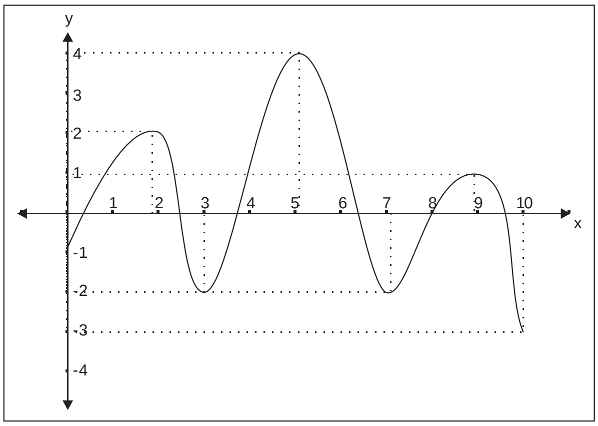

Figura 4: Gráfico com Máximos e Mínimos (VERAS, 1999, p. 33)

No exemplo citado na Figura 4, os pontos $x = 2$, x = 5, e $x = 9$ são pontos de máximo local, e os pontos $x = 3$, $x = 7$ são pontos de mínimo local, entretanto existe um ponto de máximo absoluto em $x = 5$, pois neste intervalo a função $f(x)$ não assume valor maior que $f(5)$ ou o valor $y = 4$, analogamente pode-se também dizer que possui ponto de mínimo absoluto em $x = 10$, onde assume valor mínimo de $y = -3$.

3.2. CÁLCULO DIFERENCIAL NA ANÁLISE DE FUNÇÕES

Dentre várias aplicações das derivadas, pode-se frisar como elas nos permitem avaliar algumas relações importantes dentro de uma função, como exemplo quando uma função é crescente ou decrescente em um intervalo e seus pontos de inflexão. De acordo com (Thomas e Finney, 1988, p. 290),

> A derivada de uma função *f(x)* é a razão a qual *y* varia em relação a *x*. Ela define a declividade do gráfico da função no ponto *x* e permite-nos avaliar quanto y varia ao variarmos *x* de uma pequena quantidade.

Esta declividade que se referem, é o ângulo α da reta tangente à curva no ponto x_o, obtido ao calcular $f'(x_o)$. Thomas e Finney (1988), afirmam ainda que a derivada nos permita também construir um procedimento matemático chamado Método de Newton, que traz de forma aproximada as raízes de uma função.

A primeira e segunda derivada trazem informações que moldam a curvatura das curvas, se a função é diferenciável, pode-se obter importantes dados quando sua derivada for $f'(x) > 0$ (positiva), $f'(x) < 0$ (negativa), ou $f'(x) = 0$ (nula).

Uma função é crescente ou decrescente em um intervalo *D* se *f(x)* respeita as seguintes propriedades:

(a) Se $f'(x) > 0$ em *D*, então *f* é crescente neste intervalo;

(b) Se $f'(x) < 0$ em *D*, então *f* é decrescente neste intervalo.

Por exemplo, uma função definida como $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$, qual seria o setor crescente e decrescente desta curva? Ao derivar esta função chega-se a $f'(x) = 3x^2 + 6x$, então o próximo passo é verificar onde esta função é positiva, negativa ou nula, para isso é necessário construir uma tabela de valores e analisar os resultados obtidos para *f'(x)*.

x	f(x)	f'(x)
-1	0	9
0	4	0
1	2	-3
2	0	0
3	4	9

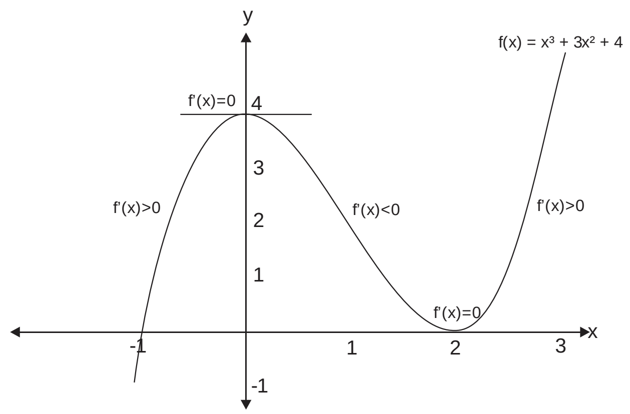

Figura 5: Análise da Derivada de $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$ (THOMAS e FINNEY, 1988 p. 194)

Como visto, a Figura 5 representa o esboço da curva *f(x)* e traz uma análise dos pontos de curvatura, logo *f(x)* é crescente no intervalo $[-\infty, 0]$ e $[2, \infty]$ e decrescente no intervalo [0, 2]. Os pontos em que o valor da derivada muda de sinal, são os pontos de máximo ou mínimo local, e quase em todos os casos, quando a derivada tem valor zero.

O teste da segunda derivada pode auxiliar melhor na obtenção dos valores de máximo e mínimo, analisando os resultados de *f''(x)* próximos ao ponto crítico. De acordo com a definição[2]: Seja *c* um ponto crítico de *f(x)*, e *f'(x)* existe para todo *x* pertencente ao intervalo que contenha *c*, então existe a segunda derivada de no ponto c, e se $f''(c) \neq 0$, então:

a) Se $f''(c) < 0$, então *f* tem um valor máximo relativo em *c*.
b) Se $f''(c) > 0$, então *f* tem um valor mínimo relativo em *c*.

3.3. SETE PASSOS PARA A CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS

James Stewart em seu livro de Cálculo trata sobre diversos tipos de aplicação para a diferenciação, dentre eles estão os sete passos para a construção de gráficos a mão.

I – **Domínio**: A partir do domínio, as restrições da função são vistas e uma idéia dos setores de escala para um esboço a mão começa se formar. Outro fator importante neste passo é a verificação de restrições, como por exemplo a divisão por zero.

II – **Interceptos**: O intercepto é ponto onde a função interceptará o eixo y, ou seja, a resolução da equação quando x = 0, dependendo da função a solução das raízes podem parecer simples, neste caso encontrar os interceptos no ponto x também seria de grande importância, porém ao se tratar de uma função mais complexa, este passo pode ser omitido.

III – **Simetria**: Este passo nos informa onde a função se comporta de forma espelhada ou de forma repetida, veremos três casos para a análise da simetria:

a) Se $f(-x) = f(x)$ para todo *x* pertencente ao domínio, ou seja, a equação não muda se x for substituído pelo seu valor simétrico, então a função se caracteriza como **Função Par**, e a curva é simétrica em relação ao eixo y. Isto implica que ao descobrirmos como a curva se comporta para todo domínio maior ou igual a zero, ela será espelhada pelo eixo y.

b) Se $f(-x) = -f(x)$ para todo *x* pertencente ao domínio, *f* é dita **Função Ímpar** e a curva será simétrica em relação à origem, ou seja, ao conhecermos como a curva se comporta para todo domino maior ou igual a zero, basta rotacionar 180º a curva conhecida em torno da origem, formando a curva completa.

c) Se *h* é um valor constante positivo e, $f(x + h) = f(x)$ para todo x pertencente ao domínio, *f* é dita *Função Periódica*, e o menor numero h, é chamado período. Por exemplo, a função $f(x) = sin(x)$ o período *h* é 2π. Se soubermos como se comporta o gráfico durante o intervalo *h*, então ele se repetirá infinitamente de *h* em *h*.

[2] Definição: Máximos e Mínimos Relativos pela Derivada Segunda, citada por Stewart (2008, p. 318).

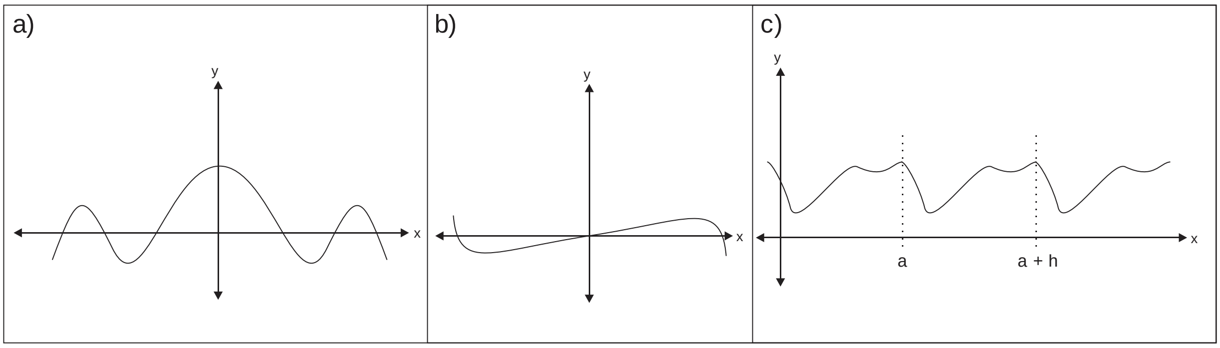

Figura 6: Funções Simétricas (STEWART, 2008, p. 317)

A Figura 6 mostra os três casos de simetria citados respectivamente, quando uma função é ímpar, par, e quando a função é dita periódica.

IV – **Assíntotas**: De acordo com Arimatéa (2012, p. 01):

> Quando analisamos um limite esboçado no gráfico, percebemos que, em certa região do gráfico, a curva vai se aproximando de um determinado valor ‘*x*’ ’*y*’, mas nunca realmente ‘toca’ esse valor. Traçando uma reta nesse valor ‘*x*’ ‘*y*’, podemos dizer que essa reta é tangente a curva do limite no infinito. Chamamos essas retas de assíntotas.

Assim as assíntotas são retas que tangencia a curva no infinito e podem ser horizontais (que interceptam apenas o eixo *y*), verticais (que interceptam somente o eixo *x*) e inclinadas (obliquas, nem vertical nem horizontal). As condições para cada caso são:

a) Assíntotas Horizontais: Se o limite de *f(x)* tendendo ao infinito negativo ou positivo é igual a *L*, então a reta $y = L$ é uma assíntota horizontal de *f(x).*

b) Assíntotas Verticais: A função *f(x)* possui uma assíntota vertical se alguma das relações for verdadeira:

$$\lim_{x\to k^+} f(x) = +\infty,\ \lim_{x\to k^-} f(x) = +\infty,\ \lim_{x\to k^+} f(x) = -\infty,\ \lim_{x\to k^-} f(x) = -\infty$$

c) Assíntotas Inclinadas: Existem assíntotas oblíquas se *o limite tendendo ao infinito de* $[f(x) – (mx + b)] = 0$, $y = mx + b$ é chamado de Assíntota Inclinada. De acordo com Stewart (2008, p. 322), “Para as funções racionais as assíntotas inclinadas ocorrem quando diferença entre os graus do numerador e do denominador é 1”.

V – **Intervalos de Crescimento e Decrescimento**: Análise dos intervalos do domínio em que a derivada é positiva ou negativa, também conhecido como Teste C/D, o teste de crescimento determina onde a curva é crescente ou decrescente utilizando a primeira derivada da função.

VI – **Valores de Máximos e Mínimos Locais**: Pela interpretação destes pontos a função toma forma e aponta seu significado. Para o cálculo de máximos e mínimos, é necessário encontrar primeiramente os pontos críticos, ou seja, onde a derivada é nula ou não existe. Pelo teste da primeira derivada, se os valores de $f'(c)$ mudarem de sinal de positivo para negativo, então é um máximo local, da mesma forma se $f'(c)$ mudar de sinal de negativo para positivo, então é um mínimo local. Também podem ser encontrados pelo teste da segunda derivada, se c for um numero crítico cuja segunda derivada é diferente de zero, então $f''(c) < 0$ diz que c é um mínimo local, da mesma forma, se $f''(c) > 0$, f tem um mínimo local em c.

VII – **Concavidade e Ponto de Inflexão:** Podem ser obtidos analisando os valores da segunda derivada, se $f''(x) > 0$, a curva é côncava para cima, e côncava para baixo se $f''(x) < 0$, o ponto em que a curva muda a direção da concavidade é chamado de Ponto de Inflexão.

3.4. O ESBOÇO DE CURVAS

Ao reunir todo o conjunto de informações necessárias para a construção do gráfico, o que resta é o esboço da curva, a partir dos sete passos citados anteriormente, o estudante pode começar a construir o gráfico, determinando o domínio, marcando no plano os pontos de interceptos, analisando os pontos críticos e de inflexão, a curva passará por estes pontos tendendo às assíntotas com concavidade voltada para cima ou para baixo, como descrita no passo VII, assim o esboço se torna mais confiável, aproximado com à curva real.

A seguir exemplos de algumas curvas, desde a análise do domínio até o gráfico:

a) Esboçar o gráfico de $f(x) = x.e^x$

I – Como não há restrições, o domínio é $D(f) = \{\mathbb{R}\}$.

II – Fazendo x = 0, o intercepto do eixo y é 0, e fazendo $y = 0$ o intercepto em x também é 0.

III – A equação não satisfaz nenhum caso de simetria.

IV – Aplicando a regra de L'Hôspital[3] o limite é:

$$\lim_{x \to -\infty} x.e^x = \lim_{x \to -\infty} \frac{x}{e^{-x}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = \lim_{x \to -\infty} (-e^x) = 0$$

Logo a função possui assíntota horizontal igual a zero.

V – Derivando a função, chega-se a $f'(x) = (x + 1).e^x$, observa-se que e^x é sempre positivo e os seguintes casos: $f'(x) < 0$ se $x + 1 < 0$, então a função é decrescente para $x < -1$; $f'(x) > 0$ se $x + 1 > 0$ então a função é crescente para $x > -1$.

VI – Como visto nos casos acima, $x_o = -1$ é um ponto crítico de f e como a função muda de decrescente para crescente neste ponto, então $f(x_o)$ é um mínimo local e absoluto.

VII - Calculando a segunda derivada da função, chega-se a $f''(x) = (x + 2)e^x$, como e^x

[3] Regra de L'Hôspital, utilizada quando o limite é indeterminado, derivando-se o numerador e denominador.

sempre tem resultado maior que zero conclui-se que: $f''(x) < 0$ se $x + 2 < 0$, então a função é côncava para baixo em $x < -2$; $f''(x) > 0$ se $x + 2 > 0$ então é côncava para cima em $x > -2$.

Através destas informações, o gráfico pode ser representado pela curva da Figura 6:

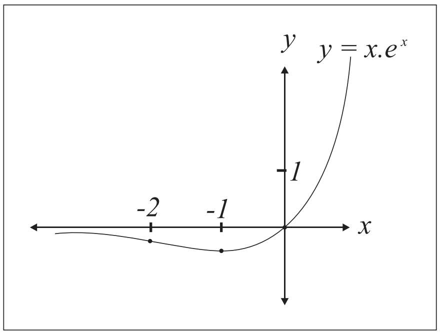

Figura 6: Esboço de curva para o exemplo a. (STEWART, 2008, p. 320)

b) Esboçar o Gráfico de $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x+1}}$

I – Como há restrições da raiz e do denominador, o domínio é $D(f) = (-1, \infty)$.

II – Fazendo x e y igual a zero, verifica-se que os interceptos estão localizados na origem.

III – Não há nenhuma relação de simetria, pois não satisfaz nenhuma das propriedades.

IV – Como o limite de f tendendo ao infinito é infinito, não há assíntota horizontal. Se o denominador tende a -1 a função tende ao infinito, logo -1 é assíntota vertical.

V – Derivando a função o seguinte resultado pode ser obtido:

$$f'(x) = \frac{x(3x+4)}{2(x+1)^{2/3}}$$

A primeira derivada da função f obtém valor zero quando $x = 0$, e quando $x = -4/3$, porém o domínio é composto por elementos maiores que -1, assim sendo, o único ponto crítico está em x = 0. Analisando as proximidades do ponto crítico tem-se o resultado de que $f'(x) < 0$ no intervalo de (-1, 0), e $f'(x) > 0$ no intervalo $(0, \infty)$.

VI – A derivada troca de sinal em $(0, 0)$, logo $f(0)$ é um mínimo local e absoluto.

VII – Fazendo o teste da segunda derivada chega-se a conclusão de que a função é côncava para cima no intervalo $(-1, \infty)$, e não há ponto de inflexão.

Analisando as informações obtidas, o gráfico é representado pela Figura 7:

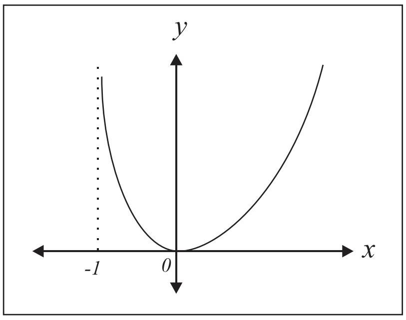

Figura 7: Esboço da curva para o exemplo b. (STEWART, 2008, p. 320)

4. METODOLOGIA

Este artigo é designado como do tipo experimental básico e qualitativo, pois não há fins lucrativos e foram analisados aspectos necessários dentro da matemática para alcançar os objetivos. Segundo Apollinário (2012), a pesquisa qualitativa prevê a coleta de dados quando o pesquisador entra em contato direto com o objeto pesquisado, e a pesquisa se torna experimental quando há a intenção de explicar por que algo acontece.

Idem (2012, p. 64), “coletar dados significa obter as informações necessárias para a pesquisa. A coleta de dados é realizada mediante o uso de alguma técnica ou instrumento de pesquisa.” Desta maneira, para este artigo foi utilizado como instrumento de pesquisa obras que discorram sobre métodos e conceitos matemáticos, disponíveis em fontes como livros, revistas e artigos impressos e virtuais.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da pesquisa foi possível concluir que a simples marcação de pontos no gráfico pode gerar erros, e perda de elementos importantes para a interpretação, demonstra que ao utilizar o cálculo diferencial, o esboço do gráfico pode se tornar mais confiável, validando melhor qualidade na avaliação das informações.

6. REFERÊNCIAS

APOLLINÁRIO, Fabio. **Metodologia da Ciência: Filosofia e Prática da Pesquisa**. 2.ed. São Paulo: Cengage Learning, 2012. 226p.

ARIMATÉA, Gabriel de Carvalho. **Assíntotas**. Disciplina – **Cálculo** I, UFS. Disponível em: <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAAxywAG/assintotas>. Acesso em: 25 de jul. 2012.

ÁVILA, Geraldo. **Cálculo 1: Funções de uma variável**. 6.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, 1994.

FERRAZ, Ademir Gomes; GITIRANA, Verônica. **Uma Analise do Esboço de Gráficos de Função em Livros Textos de Cálculo Diferencial e Integral.** SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Trabalhos. Acesso em 12 de jul. 2012.

HEWITT, Paul G.. **Física Conceitual.** Trad Trieste Freire Ricci e Maria Helena Gravina. 9.ed. Porto Alegre: Bookman, 2002.683p.

STEWART, James. **Cálculo**. Trad. Antonio Carlos G. Martins. Vol. 1. São Paulo: Cengage Learning, 2008. 580p.

THOMAS, George B. Jr. FINNEY, Ross. Trad. Denize Paravato. **Cálculo e Geometria Analítica**. Vol. 1. Rio de Janeiro: LTC- Livros Técnicos e Científicos Editora, 1988. 565p.

VERAS, Lilia Ladeira. **Matemática Aplicada à Economia:** Sínteses da teoria. 3.ed. São Paulo: Atlas, 1999. 247p.